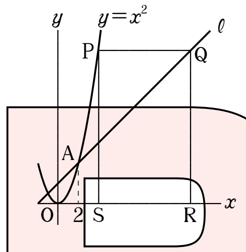
Exercise A

1 右の図のように、放物線 $y=x^2$ と傾きが 1 である直線 ℓ が x 座標が 2 である点 A で交わっている。放物線上に x 座標が 2 よりも大きな点 P をとり、点 P を通り x 軸に平行な直線と直線 ℓ との交点を Q とする。また S, R はそれぞれ点 P, Q から x 軸に下ろした垂線と x 軸との交点である。このとき、次の問いに答えなさい。



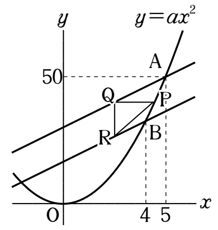
(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標が 3 のとき長方形 PQRS の面積を求めなさい。

(3) 点 P の x 座標を t とするとき、点 R の座標を t を用いて表しなさい。

(4) 長方形 PQRS の周の長さが 38 になるとき、点 P の座標を求めなさい。

2 右の図のように、放物線 $y=ax^2$ が傾きが 4 である 2 本の平行な直線と点 A, B でそれぞれ交わっている。点 A の座標は (5, 50) であり、B の x 座標は 4 であった。
ここで、図のように放物線の A と B の間に点 P, 2 本の平行な直線上にそれぞれ点 Q, R をとり △PQR を作った。辺 PQ は x 軸に平行であり、辺 QR は y 軸に平行になっている。このとき次の問いに答えなさい。



(1) a の値を求めなさい。

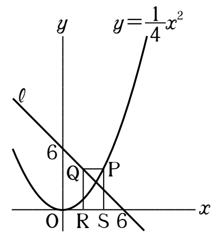
(2) 点 P の x 座標が $\frac{9}{2}$ のとき、PQ の長さを答えなさい。

(3) QR の長さは P の座標にかかわらず一定になる。QR の長さを求めなさい。

(4) △PQR の面積が 21 になるとき、P の x 座標を答えなさい。

Exercise B

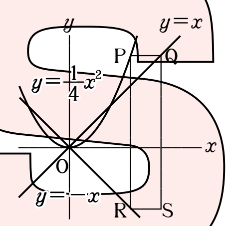
1 右の図のように、放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$ と 2 点 (0, 6), (6, 0) を通る直線が ℓ ある。
放物線上と直線 ℓ 上にそれぞれ点 P, Q を、点 P, Q の y 座標が等しくなるようにとった。ただし、点 P の x 座標は点 Q よりも大きいものとする。また、点 S, R は点 P, Q から x 軸上に下ろした垂線と x 軸との交点である。このとき、次の問いに答えなさい。



(1) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(2) PQRS が正方形になるとき、点 P, Q の座標をそれぞれ求めなさい。

2 右の図のように、放物線 $y=\frac{1}{4}x^2$, 2 直線 $y=x$, $y=-x$ 上にそれぞれ点 P, Q, R をとり、各辺が x 軸または y 軸に平行な長方形 PQSR を作った。
ただし、各点の x 座標は正であり、点 Q の x 座標は点 P の x 座標よりも大きい。



(1) 点 P の x 座標が 5 であるとき、PQ : QS の比を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標を t として点 Q の座標を t を用いて表せ。

(3) △OPQ の面積が △OQS の面積の $\frac{1}{2}$ になるときの P の座標を求めなさい。

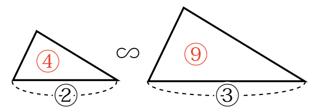
5-0 標準問題の確認

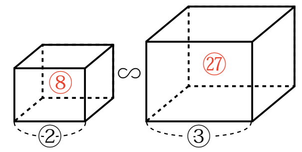
Point!

■ 三角形の合同条件と相似条件　　　相似比が 1 ： 1 のときに合同となる

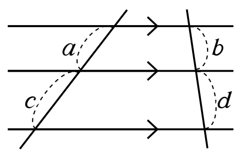
合同条件		相似条件
① 3 組の辺がそれぞれ等しい ② 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい ③ 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい	⇔ 対応	① 3 組の辺の比がすべて等しい ② 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい ③ 2 組の角がそれぞれ等しい。

■ 相似比が $m:n$ のとき
面積比は $m^2:n^2$
体積比は $m^3:n^3$

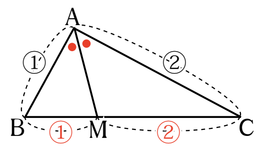




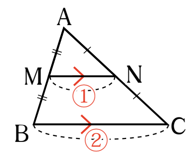
■ 平行線で分けられる線分の比は等しい
$a:b=c:d$
または
$a:c=b:d$



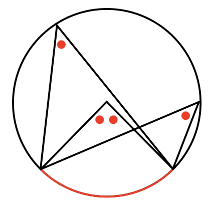
■ 角の二等分線と比
∠A の二等分線と対辺の交点を M として
AB : AC = BM : CM



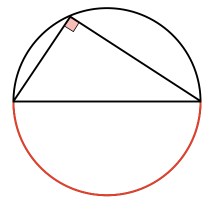
■ 中点連結定理
M, N が各辺の中点とすると
MN // BC, MN $=\frac{1}{2}$BC



■ ある弧に対する円周角は一定で、中心角の半分になる

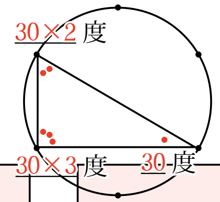


■ 半円の弧に対応する円周角は 90 度になる

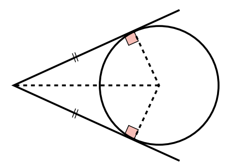


■ 円周全体に対応する円周角は 180 度になる
円を n 等分した弧に対応する円周角は 180 ÷ n 度

180 ÷ 6 = 30 度



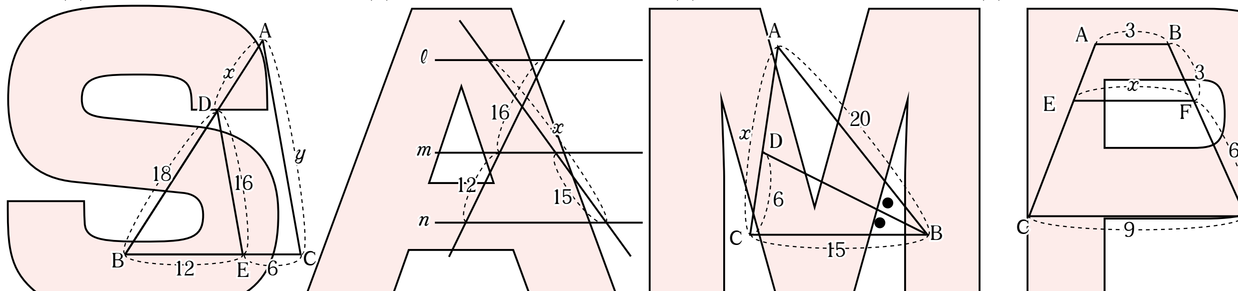
■ 円の接線は接点を通る半径に垂直になる
■ 円外の 1 点から円に引いた 2 本の接線の長さは等しい



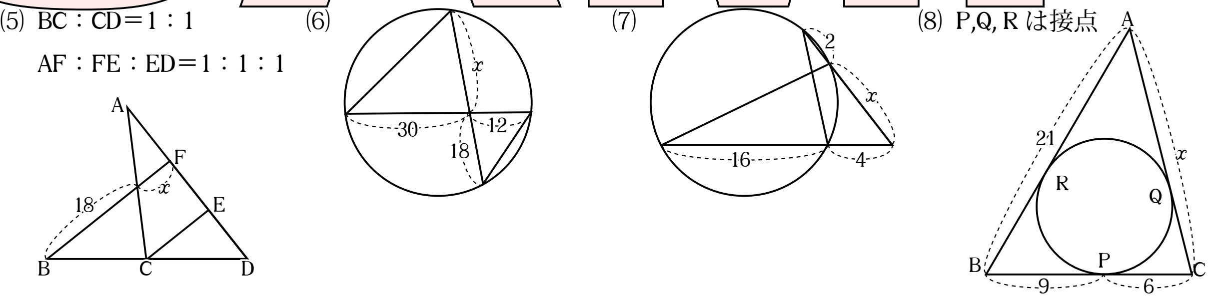
Try

1 (1)〜(8)では x, y の線分の長さを、(9)〜(14)では $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし(14)の黒点は円弧を等分する。

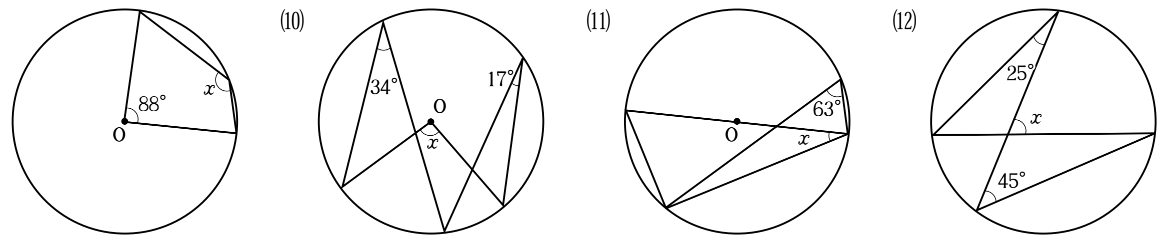
(1) AC//DE　(2) ℓ // m // n　(3) ∠ABD＝∠CBD　(4) AB // EF // CD



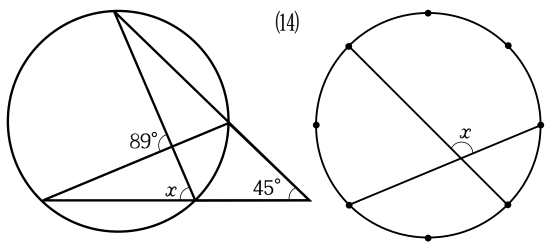
(5) BC：CD＝1：1　AF：FE：ED＝1：1：1　(6)　(7)　(8) P,Q, R は接点



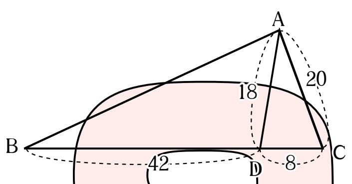
(9)　(10)　(11)　(12)



(13)　(14)



2 右の図について次のように線分 AB の長さを求めた。(1)〜(6)の空欄に適切な言葉や式を入れなさい。



△ABC と(1)＿＿＿ において

仮定より、　AC：DC＝20：8＝5：2　……①

(2)＿＿＿＿＿＿　……②

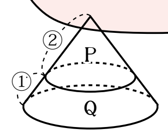
共通な角なので、(3)＿＿＿＿＿＿　……③

①〜③より (4)＿＿＿＿＿＿ ので △ABC ∽ (1)＿＿＿

この２つの三角形の相似比は (5)＿＿＿ であることから

AB：18＝(5)＿＿＿ なので、AB＝(6)＿＿＿ となる

3 右の図のように円錐を母線の長さが 2：1 になるように切り分けた。



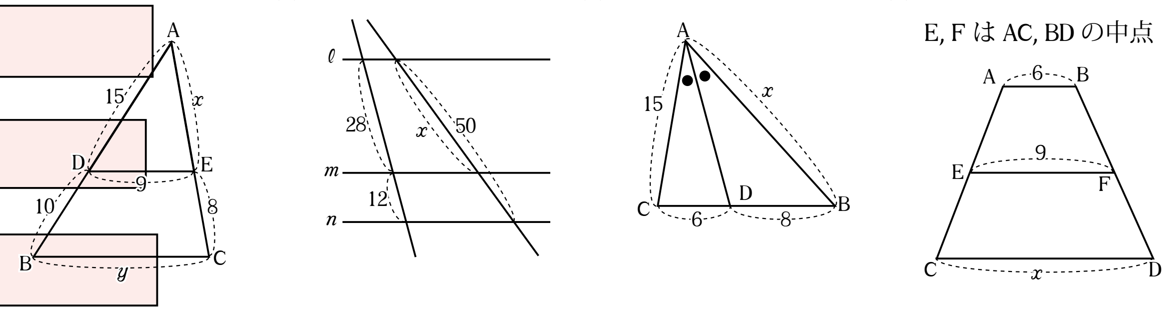
(1) もとの円錐と立体 P の体積比を求めなさい。

(2) 立体 P の体積が 40 cm³ のとき、立体 Q の体積を求めなさい。

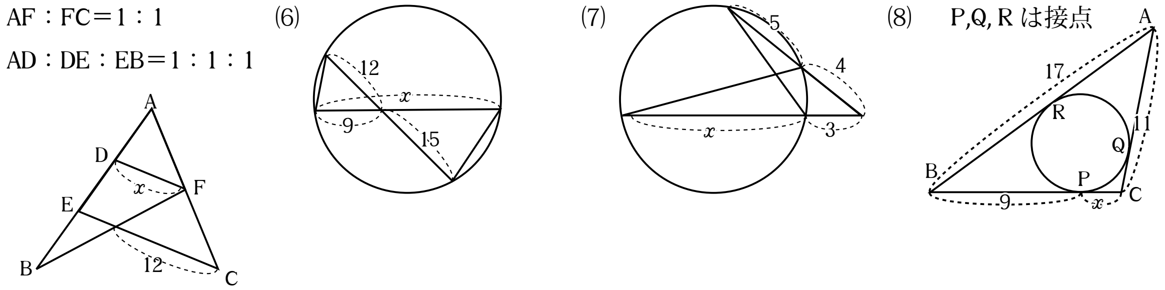
Exercise A

1 (1)〜(8)では x, y の線分の長さを、(9)〜(14)では $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし(14)の黒点は円弧を等分する。

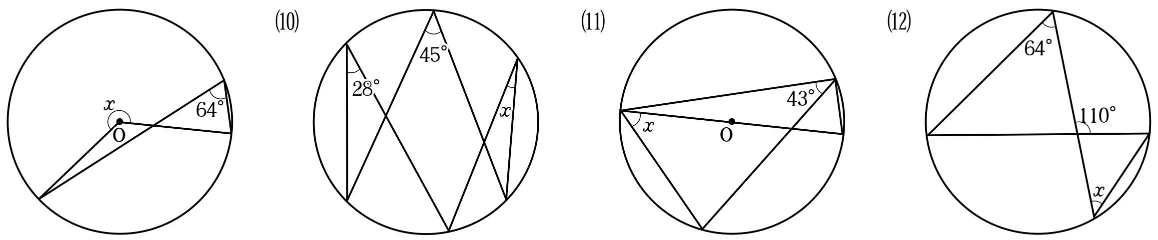
(1) BC//DE　(2) ℓ // m // n　(3) ∠BAD＝∠CAD　(4) AB // EF // CD　E, F は AC, BD の中点



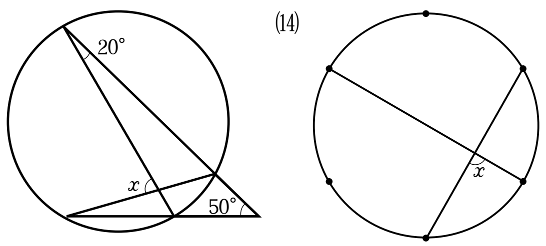
(5) AF：FC＝1：1　AD：DE：EB＝1：1：1　(6)　(7)　(8) P,Q, R は接点



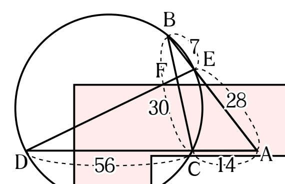
(9)　(10)　(11)　(12)



(13)　(14)



2 右の図について次のように線分 DE の長さを求めた。(1)〜(7)の空欄に適切な言葉や式を入れなさい。



△ABC と(1)＿＿＿ において

共通な角なので、　(2)＿＿＿＿＿＿　……①

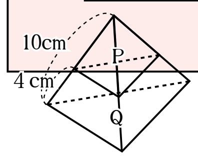
弧 (3)＿＿＿ に対する円周角より (4)＿＿＿＿＿＿　……②

①②より (5)＿＿＿＿＿＿ ので △ABC ∽ (1)＿＿＿

この２つの三角形の相似比は (6)＿＿＿ であることから

30：DE＝(6)＿＿＿ なので、DE＝(7)＿＿＿ となる

3 右の図のように三角錐を底面に平行な平面で立体 P と立体 Q に切り分けた。

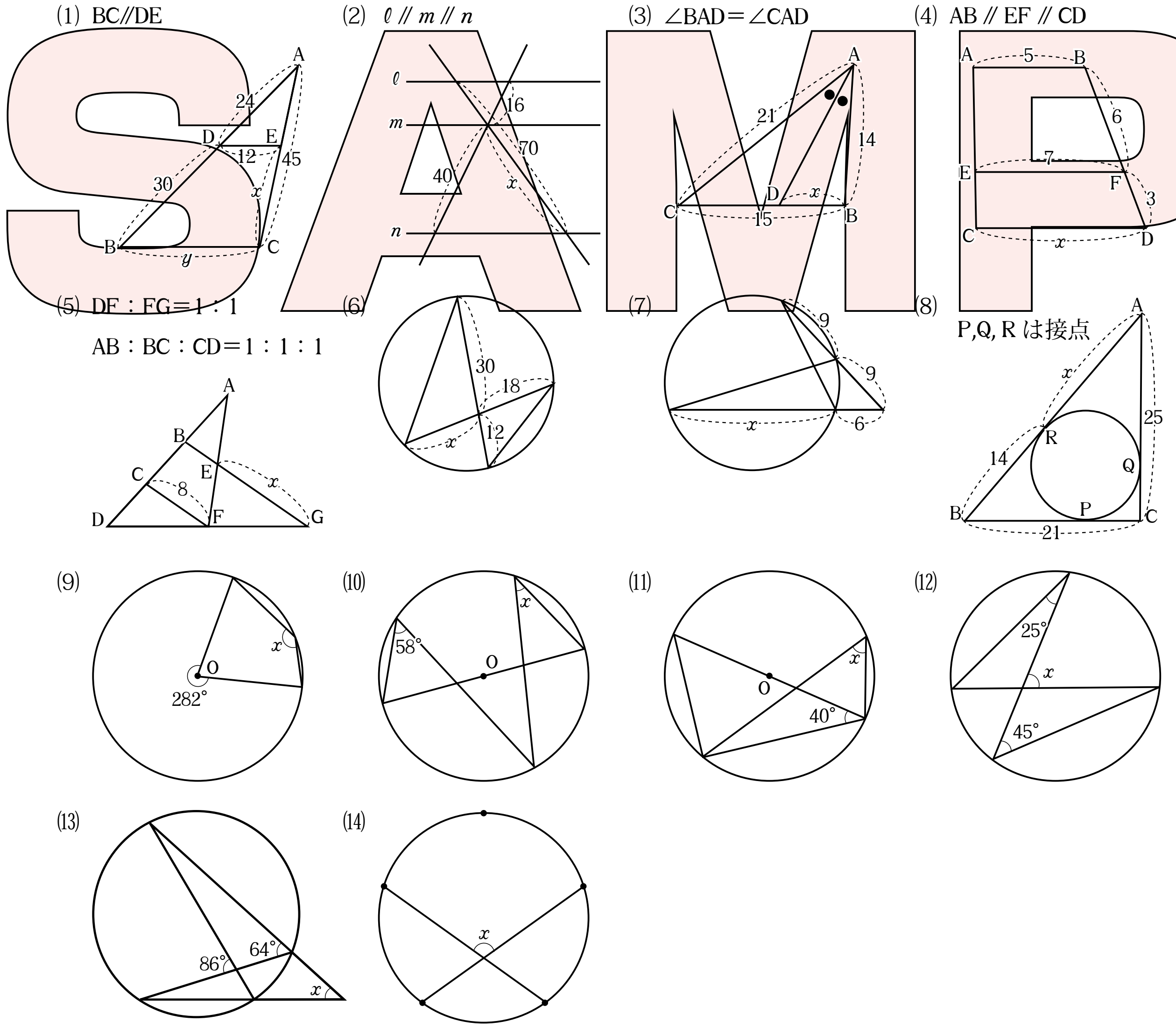


(1) もとの三角錐と立体 P の底面積の比を求めなさい。

(2) 立体 P と立体 Q の体積の比を求めなさい。

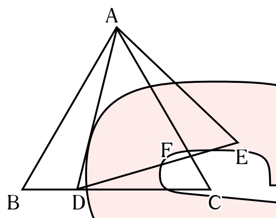
Exercise B

1 (1)〜(8)では x, y の線分の長さを、(9)〜(14)では $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし(14)の黒点は円弧を等分する。

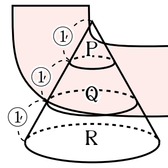


2 右の図の △ABC と △ADE が正三角形であるとき、△ABD ∽ △AEF となることを証明した。
(1)〜(6)の空欄に適切な言葉や式を入れなさい。

△ABD と △AEF において
△ABC と △ADE が正三角形だから (1)_____＝(2)_____ (＝60°) ……①
また (3)_____ ＝60°－(4)_____ , (5)_____ ＝60°－(4)_____ なので
(3)_____ ＝(5)_____ ……②
①②より (6)__________ ので △ABD ∽ △AEF



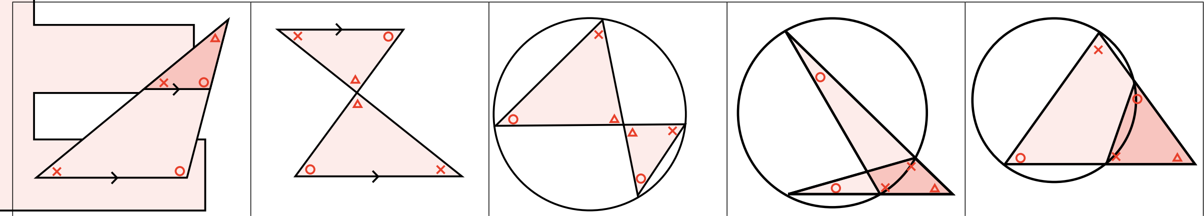
3 右の図のように円錐を母線の長さが 1：1：1 になるように切り分けた。
(1) 立体 P ともとの円錐の底面積比を求めなさい。
(2) 立体 P, 立体 Q, 立体 R の体積比を求めなさい。



5-1 相似な三角形

Point!

よく使う相似な三角形の組合せは覚えておこう。

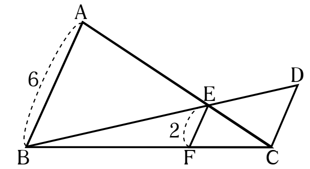


平行内接型　砂時計・蝶々 型　円周角①　円周角②　円周角③

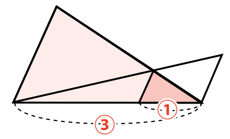
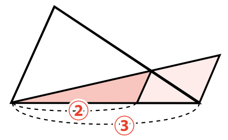
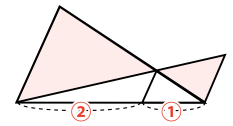
※「円周角③」の相似は「5−11 円と角」で扱う円に内接する四角形の角についての法則を利用すると簡単に説明できる。ここでは結論だけ覚えておこう。

WarmUp

右の図で AB//EF//DC のとき、次の問いに答えなさい。
(1) 相似な三角形の組合せをすべて求めなさい。
　またその相似比を求めなさい。
(2) CD の長さを求めなさい。



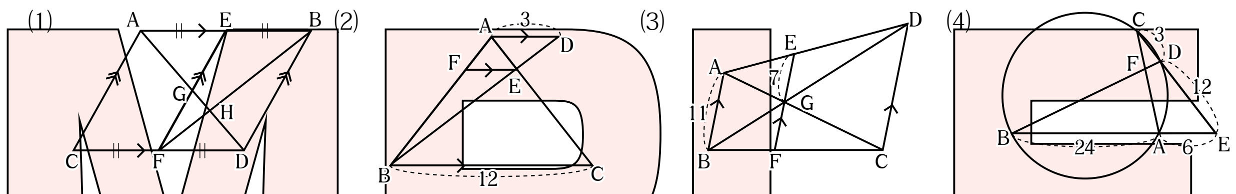
解説 (1)

①	②	③
		
△ABC ∽ △EFC 相似比　3：1	△BEF ∽ △BDC 相似比　2：3	△ABE ∽ △CDE 相似比　2：1

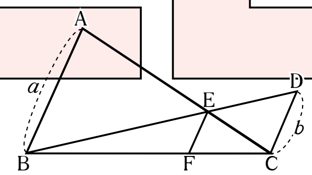
(2) (1)の③の三角形の相似より
6：CD＝2：1　　よって、CD＝3

Try

1 次の各図で相似な三角形の組合せをすべて求め、またその相似比を求めなさい。



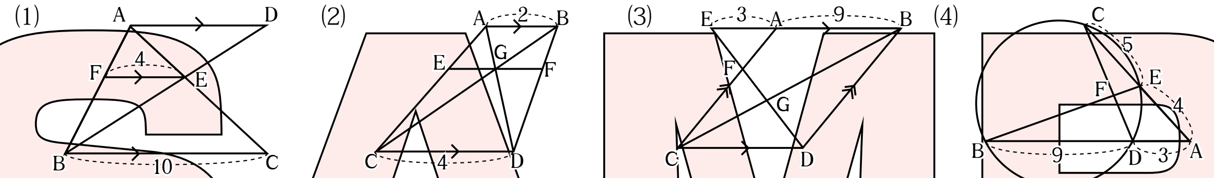
2 右の図で AB//EF//DC のとき、次の問いに答えなさい。
(1) △ABC と △EFC の相似比を a, b を用いて表しなさい。
(2) EF の長さを a, b を用いて表しなさい。



Exercise A

1 次の各図で相似な三角形の組合せをすべて求め、またその相似比を求めなさい。

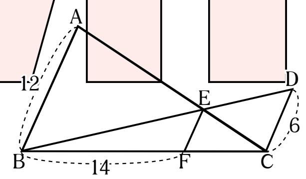
(1) (2) (3) (4)



2 右の図で AB//EF//DC のとき、次の問いに答えなさい。

(1) FC の長さを求めなさい。

(2) EF の長さを求めなさい。

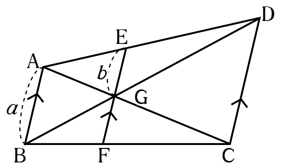


3 右の図で AB//EF//DC のとき、次の問いに答えなさい。

(1) △ABC と △GFC の相似比を a, b を用いて表しなさい。

(2) △ABG と △CDG の相似比を a, b を用いて表しなさい。

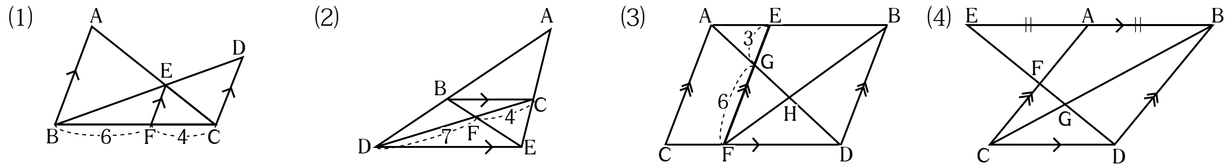
(3) CD の長さを a, b を用いて表しなさい。



Exercise B

1 次の各図で相似な三角形の組合せをすべて求め、またその相似比を求めなさい。

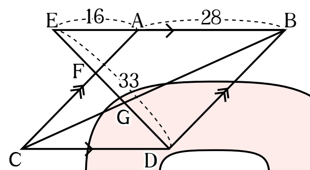
(1) (2) (3) (4)



2 右の図で AB//CD, AC//BD のとき、次の問いに答えなさい。

(1) EF : FD の値を求めなさい。

(2) EF の長さを求めなさい。

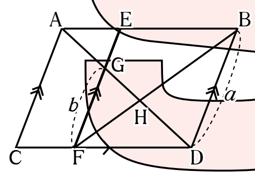


3 右の図で AB//CD, AC//EF//BD のとき、次の問いに答えなさい。

(1) △AEG と △ABD の相似比を a, b を用いて表しなさい。

(2) △AEG と △DFG の相似比を a, b を用いて表しなさい。

(3) △ABH と △DFH の相似比を a, b を用いて表しなさい。

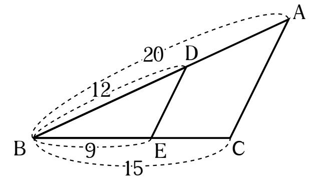


Point!

与えられた**仮定**から**結論**を筋道立てて説明することを**証明**という。

WarmUp

右の図で、AB＝20, BC＝15, BD＝12, BE＝9 である。
このとき △ABC と △DBE が相似であることを証明しなさい。



解説

相似の証明の手順

① どの角やどの辺の比を用い、３つの相似条件のどれを使うかの方針を決める。

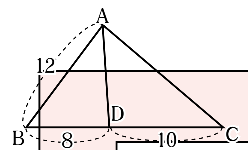
→ この問題では、仮定で与えられている条件から判断し「２組の辺の比とその間の角」を用いる。

② 方針が決まったら、以下の手順の通りに証明する。

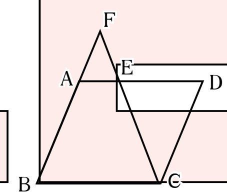
△ABC と △DBE において	どの三角形について証明するか宣言する
仮定より AB : DB＝20 : 12＝5 : 3 ……① BC : BE＝15 : 9＝5 : 3 ……② 共通な角なので ∠ABC＝∠DBE ……③	相似条件を満たす２～３つの条件を集める 相似条件 1． ３組の辺の比が等しい 2． ２組の辺の比とその間の角が等しい 3． ２組の角が等しい。
①～③より、 ２組の辺の比とその間の角が等しいので、 △ABC ∽ △ADE	相似条件を述べ、相似であることを示す

Try

1 右の図で相似な２つの三角形を見つけ、相似であることを証明しなさい。ただし AB＝12, BD＝8, DC＝10 であるとする。

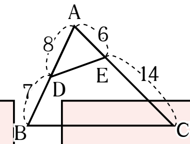


2 右の図のように ▱ABCD の辺 AD 上に点 E をとり、辺 BA の延長と線分 CE の延長の交点を F とする。
このとき △AEF と △DEC が相似であることを証明しなさい。

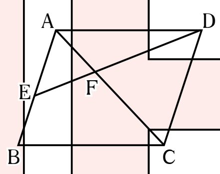


Exercise A

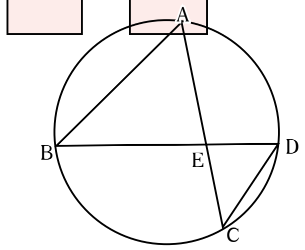
1 右の図で、D, E はそれぞれ △ABC の辺 AB, AC 上の点で、AD=8, AE=6, DE=7, EC=14 である。
このとき △ABC と △AED が相似であることを証明しなさい。



2 右の図のように ▱ABCD の辺 AB 上に点 E をとり、対角線 AC と線分 ED との交点を F とする。
このとき △AEF と △CDF が相似であることを証明しなさい。

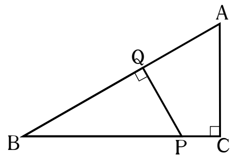


3 右の図で、A, B, C, D はそれぞれ同一円周上の点で、E は線分 AC と線分 BD の交点である。
このとき △ABE と △DCE が相似であることを証明しなさい。

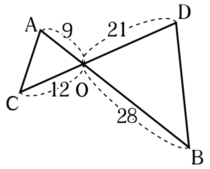


Exercise B

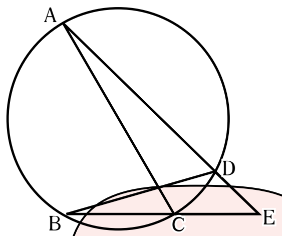
1 右の図で、△ABC は ∠ACB=90° の直角三角形である。辺 BC 上に点 P をとり、点 P から辺 AB に下ろした垂線と辺 AB の交点を点 Q とする。
このとき △ABC と △PBQ が相似であることを証明しなさい。



2 右の図で、線分 AB と線分 CD が点 O で交わっている。
このとき OA=9, OB=28, OC=12, OD=21 となった。
△OAC ∽ △ODB となることを証明しなさい。



3 右の図で、A, B, C, D はそれぞれ同一円周上の点で、E は線分 BC の延長と線分 AD の延長の交点である。
このとき △ACE と △BDE が相似であることを証明しなさい。



相似と証明②

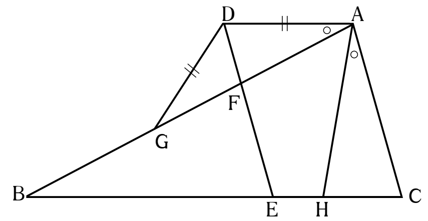
S Special

Point!

数学達人の極意　証明は「論理的」であることが大切！　細かな表現や言い回しなんか気にするな！

WarmUp

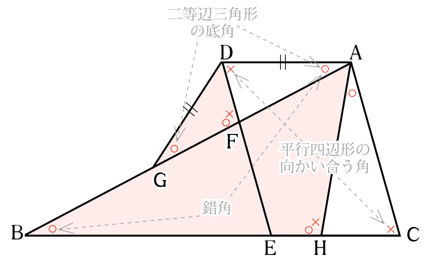
右の図のように三角形 ABC と平行四辺形 ADEC があり、点 E は辺 BC 上の点である。辺 AB と辺 DE の交点を F とする。また BF 上に点 G、CE 上に点 H をとったところ、DG=DA, ∠CAH=∠BAD となった。
このとき △ABH ∽ △DGF を証明しなさい。



解説

相似の証明の手順

① どの「角」やどの「辺の比」を用い、３つの相似条件のどれを使うかの方針を決める。
　→ 右の図のように等しい角を書き込んで整理する。
　→ この問題では、「２組の角が等しい」を用いる。



② 方針が決まったら、以下の手順の通りに証明する。

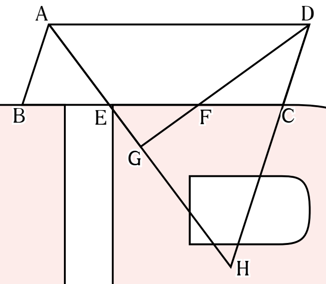
△ABH と △DGF において				宣言
AD//HB で、平行線の錯角は等しいので	∠ABH=∠BAD	……①	←③が成り立つ証明	相似条件の収集
△ADG は二等辺三角形なので	∠DGF=∠BAD	……②		
①, ②より	∠ABH=∠DGF	……③	←相似条件 の１つ目	
仮定より	∠CAH=∠BAD	……④	←⑧が成り立つ証明	
平行四辺形の向かい合う角なので	∠ACH=∠ADF	……⑤		
△AHC の内角と外角の関係から	∠AHB=∠CAH+∠ACH	……⑥		
△ADF の内角と外角の関係から	∠DFG=∠BAD+∠ADF			
④, ⑤より	=∠CAH+∠ACH	……⑦		
⑥, ⑦より	∠AHB=∠DFG	……⑧	←相似条件の２つ目	
③, ⑧より、２組の角が等しいので、△ABH ∽ △DGF				結論

[別解] 重要な角を x, y などと置いても説明しやすい。　↑↓言っている内容は同じ。

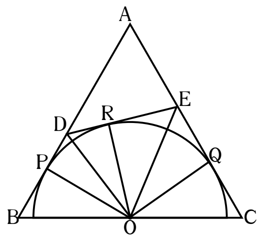
△ABH と △DGF において	宣言
仮定より ∠CAH=∠BAD △ADG は二等辺三角形なので ∠DGF=∠BAD 平行線の錯角は等しいので ∠ABH=∠BAD となることより、 ∠CAH=∠BAD=∠ABH=x　と置くと　∠ABH=∠DGF=x　……① また平行四辺形の向かい合う角が等しいことから　∠ACH=∠ADF=y　と置くと △AHC, △ADF の内角と外角の関係から　∠AHB=∠DFG=$x+y$　……②	相似条件の収集
①, ②より、２組の角が等しいので、△ABH ∽ △DGF	結論

Try

1 右の図のように平行四辺形 ABCD の ∠A, ∠D の二等分線を引き、辺 BC との交点をそれぞれ E, F とした。∠A の二等分線と ∠D の二等分線との交点を G として、∠A の二等分線と DC の延長の交点を H とする。このとき、△EFG ∽ △HDG を証明しなさい。



2 下の図のように正三角形 ABC と半円 O がある。半円は中心が辺 BC 上にあり、辺 AB, AC とそれぞれ点 P, Q で接している。また弧 PQ 上の点 R における半円 O の接線と辺 AB, AC との交点をそれぞれ点 D, E とする。



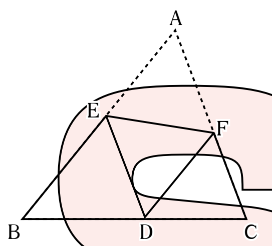
(1) △ODP≡△ODR を証明しなさい。

(2) △ODB ∽ △EOC を右のように証明した。
下線部を埋めて証明を完成させなさい。
ただし証明をすべてノートに書くこと。

[証明]
△ODB と △EOC において
△ABC は正三角形なので　∠DBO＝∠____＝60°　……①
(1)より △ODP≡△ODR
また(1)と同様に考えて △____≡△____
合同な図形の対応する角の大きさは等しいので
∠ODP＝∠____＝x, ∠OER＝∠____＝y　……②
とおける
四角形 BCED の内角の和は 360° なので
60°＋60°＋∠ODP＋∠____＋∠OER＋∠____＝360°……③
③式に②式を代入して整理すると、
x＝______
つまり ∠ODB＝______　……④
また △____の内角の和は 180° なので
60°＋∠EOC＋y＝180°
整理して ∠EOC＝______　……⑤
④⑤より、∠____＝∠____　……⑥
①⑥より 2 組の角が等しいので △ODB ∽ △EOC

Exercise A

1 右の図は △ABC を頂点 A が辺 BC 上の点 D と重なるように折り返したものである。DE＝DF のとき、次の問いに答えなさい。

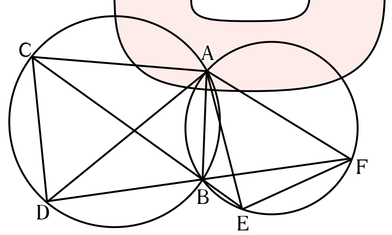


(1) 四角形 AEDF はどんな四角形か。

(2) △EBD ∽ △FDC を証明しなさい。

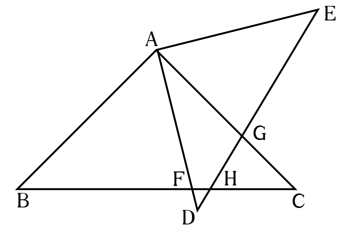
(3) BE：EA＝AF：FC を証明しなさい。

2 右の図のように 2 つの円が点 A, B で交わっている。
片方の円周上に点 C, D をとり、直線 CB, DB ともう 1 つの円との交点をそれぞれ E, F とした。
このとき、△ACD ∽ △AEF を証明しなさい。

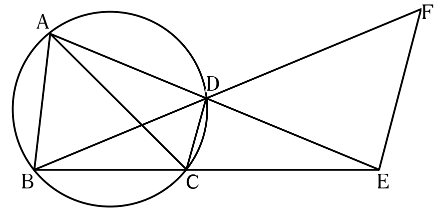


Exercise B

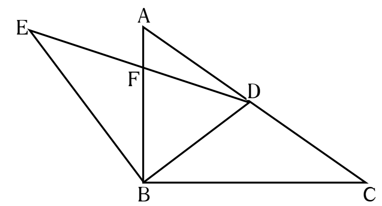
1 右の図で、△ABC と △ADE は直角二等辺三角形である。辺 AD と辺 BC との交点を F、辺 AC, BC と辺 DE との交点をそれぞれ G, H とする。このとき △ABF と △HCG が相似であることを証明しなさい。



2 右の図のように同一円周上の点 A, B, C, D がある。直線 AD と直線 BC の交点を E をとして、E を通り CD に平行な直線と直線 BD との交点を F とする。このとき、△ABC ∽ △FED を証明しなさい。



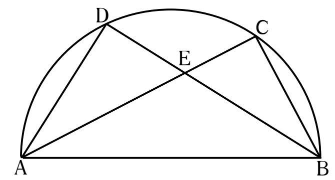
3 右の図のように ∠B＝90°の直角三角形 ABC がある。辺 AC 上に点 D を取り、点 B を通り線分 BD に垂直な直線上に ∠EDB＝∠CAB となるような点 E をとる。また線分 ED と辺 AB の交点を F とする。
このとき次の問いに答えなさい。



(1) △DBC ∽ △FBE を証明しなさい。

(2) AB＝6 cm , AC＝10 cm , ∠DBC＝∠DCB となるとき、線分 AF の長さを求めなさい。

4 右の図のように線分 AB を直径とする半円上に点 C, D をとった。
線分 AC と BD の交点を E とする。
AC：BC＝2：1, AE：EC＝3：1 のとき、次の問いに答えなさい。



(1) △ABC ∽ △BEC を証明しなさい。

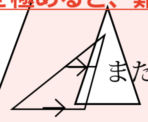
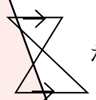
(2) △ABC ∽ △AED を証明しなさい。
ただし、(1)の結果を利用しても良い。

5-4 比の割合① 線分の比

S Special

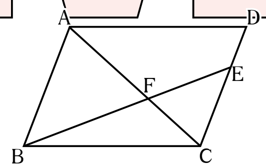
Point!

数学達人の極意　比を極めると、難しい問題が簡単に解ける！

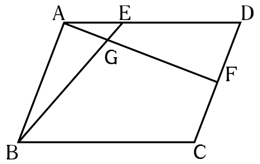
補助線や**延長線**を引いて、 または  などの相似な図形を作って考えよう。

WarmUp

(1) 右の平行四辺形 ABCD において、DE：EC＝1：2 のとき AF：FC を求めなさい。

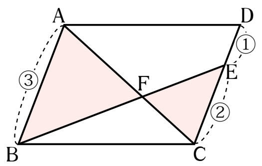


(2) 右の平行四辺形 ABCD において、AE：ED＝1：2, DF＝FC とき BG：GE を求めなさい。



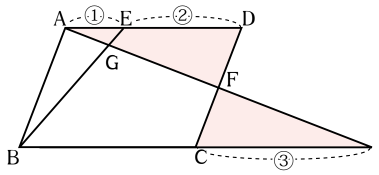
解説

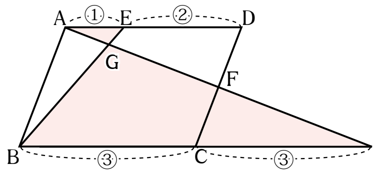
(1)



上図より　3：2

(2)



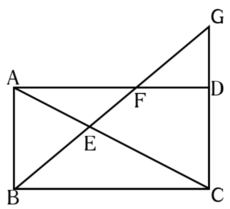


左図のように 2 つの相似な三角形を考えて

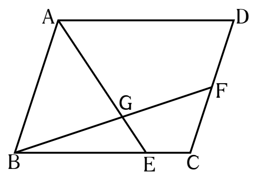
BG：GE＝6：1

Try

(1) 右の図で ABCD は長方形で AF：FD＝5：3 である。AE＝10 のとき、EC の長さを求めなさい。

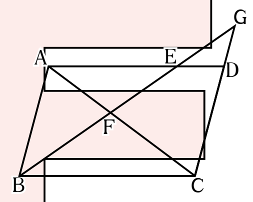


(2) 右の図で ABCD は平行四辺形で BE：EC＝3：1 で、F は DC の中点である。BG：GF を求めなさい。

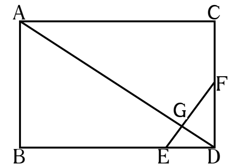


Exercise A

(1) 右の図で ABCD は平行四辺形で AE：ED＝5：2 である。AC＝36 のとき、FC の長さを求めなさい。

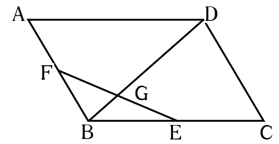


(2) 右の図で ABDC は長方形で BE：ED＝4：1, CF：FD＝1：1 である。AG：GD を求めなさい。

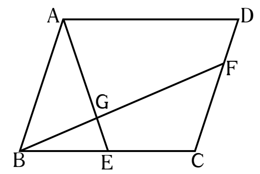


Exercise B

(1) 右の図で ABCD は平行四辺形で、E, F は各辺の中点である。DG：GB を求めなさい。



(2) 右の図で ABCD は平行四辺形で BE：EC＝1：1 で、CF：FD＝2：1 である。BG＝10 のとき、GF の長さを求めなさい。



比の割合② 線分と連比１

Point!

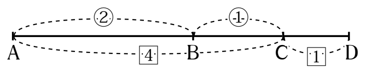
❗ 3つ以上の数の比を**連比**(れんひ)という。

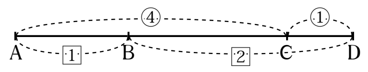
2組以上の比を連比にまとめるには、共通した部分を最小公倍数にそろえる。

例 $\begin{cases} x:y=3:4 \\ y:z=6:5 \end{cases}$ のとき → $\begin{matrix} x:y:z= & 3 : 4 : \square & = & 9 : 12 : \square \\ x:y:z= & \square : 6 : 5 & = & \square : 12 : 10 \end{matrix}$ より $x:y:z=9:12:10$

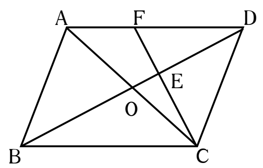
WarmUp

1 次の各図で AB：BC：CD の比を、もっとも簡単な整数比で求めなさい。

(1) 

(2) 

2 四角形 ABCD は平行四辺形で、AF：FD＝2：3 である。



(1) BO：OE：ED の比を、もっとも簡単な整数比で求めなさい。

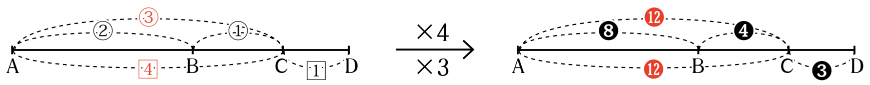
(2) BD の長さが 24 cm のとき、EO の長さを求めなさい。

(3) ED の長さが 5 cm のとき、BO の長さを求めなさい。

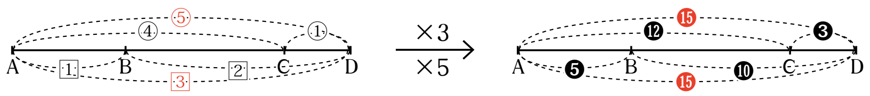
解説

1 共通した部分（赤字部分）を最小公倍数に揃える。

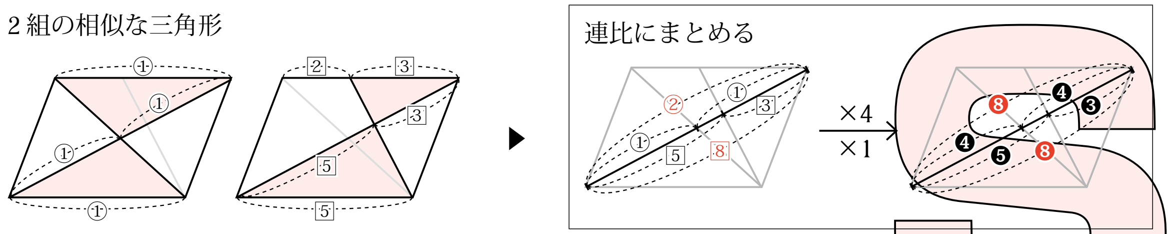
(1) 以下の図のように考え、AB：BC：CD＝8：4：3



(2) 以下の図のように考え、AB：BC：CD＝5：7：3



2 (1) 下の図のように2組の相似な三角形を考え、連比にまとめる。よって 4：1：3



(2) (1)より BD：EO＝8：1　なので　$24\times\frac{1}{8}=3$　よって 3 cm

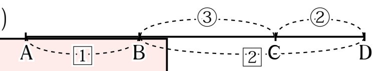
［別解］24：EO＝8：1　と方程式をたて、EO＝3　としてもよい

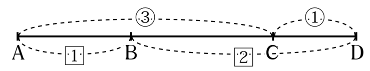
(3) (1)より ED：BO＝3：4　なので　$5\times\frac{4}{3}=\frac{20}{3}$　よって $\frac{20}{3}$ cm

［別解］5：BO＝3：4　と方程式をたて、BO＝$\frac{20}{3}$ としてもよい

Try

1 点 A, B, C, D がこの順番で直線上にならんでいる。次の条件が与えられたとき、AB：BC：CD の値を求めなさい。

(1) 

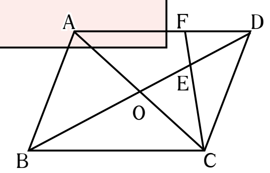
(2) 

(3) AB：BC＝2：3, AC：CD＝4：3

(4) AB：BD＝3：7, AC：CD＝5：1

2 各図について指定された値を求めなさい。ただし ABCD は平行四辺形であるとする。

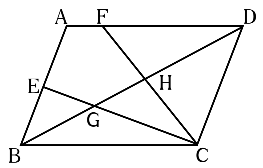
(1) AF：FD＝2：1



① BE：ED

② BO：OE：ED

(2) AE：EB＝1：1, AF：FD＝1：4

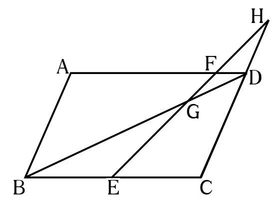


① BG：GD

② BH：HD

③ BG：GH：HD

(3) AF：FD＝4：1, BE：EC＝1：1, GF＝3



① EG：GF

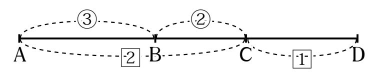
② EF：FH

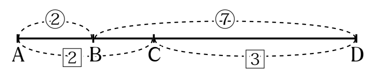
③ EG：GF：FH

④ FH の長さ

Exercise A

1 点 A, B, C, D がこの順番で直線上にならんでいる。次の条件が与えられたとき、AB：BC：CD の値を求めなさい。

(1) 

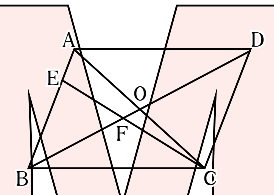
(2) 

(3) AB：BC＝2：3, AC：CD＝2：5

(4) AB：BD＝1：5, AC：CD＝3：1

2 各図について指定された値を求めなさい。ただし ABCD は平行四辺形であるとする。

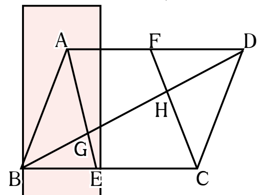
(1) AE：EB＝1：3



① BF：FD

② BF：FO：OD

(2) AF：FD＝1：1, BE：EC＝2：3

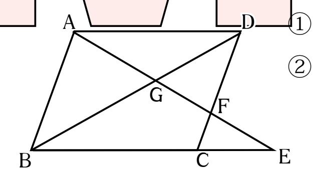


① BG：GD

② BH：HD

③ BG：GH：HD

(3) CF：FD＝1：2, GF＝8



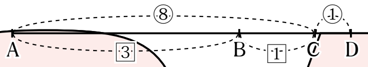
① AG：GF：FE

② FE の長さ

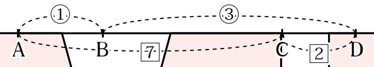
Exercise B

1 点 A, B, C, D がこの順番で直線上にならんでいる。次の条件が与えられたとき、AB : BC : CD の値を求めなさい。

(1)



(2)

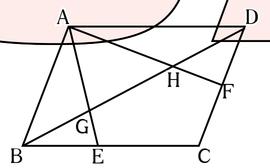


(3) BC : CD＝1 : 2, AC : CD＝3 : 1

(4) AB : BD＝2 : 7, AC : CD＝5 : 1

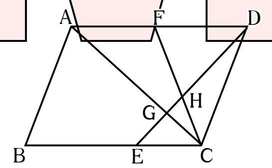
2 各図について指定された値を求めなさい。ただし ABCD は平行四辺形であるとする。

(1) BE : EC＝2 : 3, DF : FC＝1 : 1



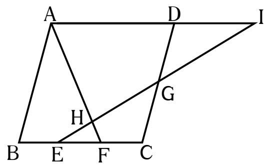
① BG : GD
② BH : HD
③ BG : GH : HD

(2) AF : FD＝1 : 1, BE : EC＝2 : 1



① EG : GD
② EH : HD
③ EG : GH : HD

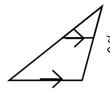
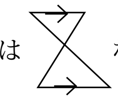
(3) BE : EF : FC＝1 : 1 : 1, CG : GD＝1 : 1



① EG : GI
② AD : DI
③ EH : HI
④ EH : HG : GI

比の割合③ 線分と連比２

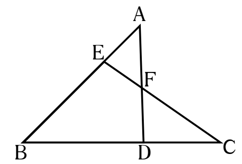
Point!

❗ **補助線**や**延長線**を引いて、 または  などの相似な図形を作って考えよう。

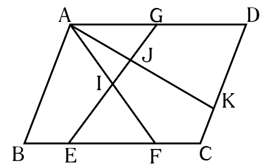
❗ 3つ以上の数の比を**連比**(れんぴ)という。
2組以上の比を連比にまとめるには、共通した部分を最小公倍数にそろえる。

WarmUp

(1) 右の図で、AE : EB＝3 : 7, BD : DC＝5 : 3 である。
EF : FC を求めなさい。

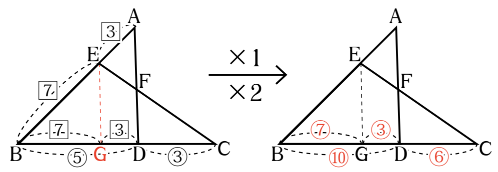


(2) ABCD は平行四辺形で、AG : GD＝1 : 1,
BE : EF : FC＝1 : 2 : 1, CK : KD＝2 : 5 である。
EI : IJ : JG を求めなさい。

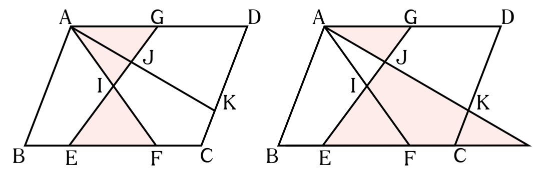


解説

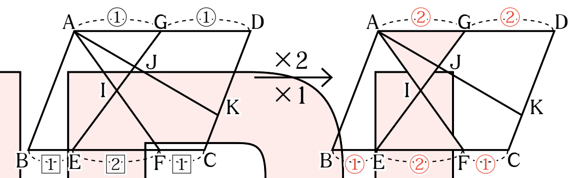
(1) AD に平行な直線 EG を引いて、
右図のように考える。
よって、EF : FC＝3 : 6＝1 : 2



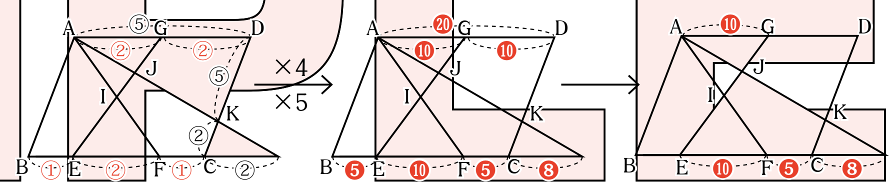
(2) **方針** ① 左の三角形を使って、EI : IG を求める。
② 右の三角形を使って、EJ : JG を求める。
③ ①②で求めた比を連比にそろえる。



手順① EI : IG を求める。
右図のように考えて、
EI : IG＝2 : 2＝1 : 1



手順② EJ : JG を求める。
右図のように考えて、
EJ : JG＝23 : 10

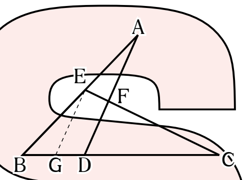


手順③ ①②で求めた比を連比にそろえる。
EI : IG＝1 : 1＝33 : 33, EJ : JG＝46 : 20 と考えて、EI : IJ : JG＝33 : 13 : 20

Try

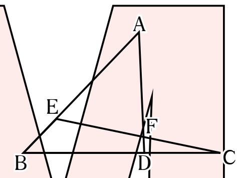
各図について指定された値を求めなさい。ただし ABCD は平行四辺形であるとする。

(1) AE：EB＝1：1, BD：DC＝1：2, FC＝8



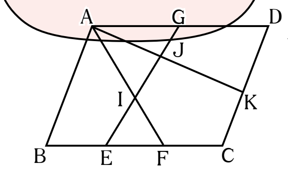
① EF：FC
② EC の長さ

(2) AE：EB＝3：1, BD：DC＝3：2, EF＝18



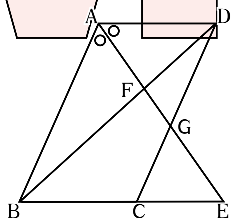
① EF：FC
② AF：FD
③ FC の長さ

(3) AG：GD＝1：1, BE：EF：FC＝1：1：1 DK：KC＝1：1



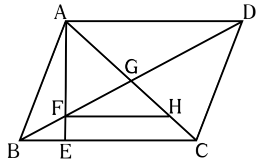
① AG：EF
② EJ：JG
③ EI：IJ：JG

(4) AB＝10, AD＝6, ∠BAE＝∠DAE



① AF：FE
② AG：GE
③ AF：FG：GE

(5) BE：EC＝1：5, BC//FH

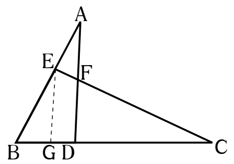


① AF：FE
② BF：FG：GD
③ FH：BC

Exercise A

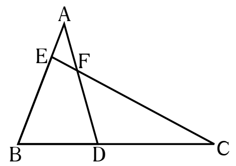
各図について指定された値を求めなさい。ただし ABCD は平行四辺形であるとする。

(1) AE：EB＝2：3, BD：DC＝1：2, EF＝4



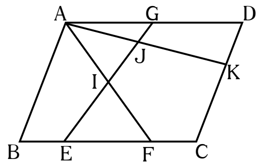
① EF：FC
② AF：FD
③ FC の長さ

(2) AE：EB＝2：7, BD：DC＝2：3, AF＝20



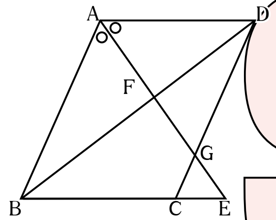
① EF：FC
② AF：FD
③ AD の長さ

(3) AG：GD＝1：1, BE：EF：FC＝1：2：1, DK：KC＝1：2



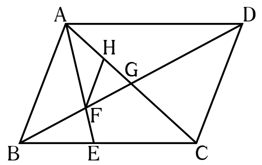
① AG：EF
② EJ：JG
③ EI：IJ：JG

(4) AB＝15, AD＝12, ∠BAE＝∠DAE



① BF：FD
② AD：CE
③ AF：FG：GE

(5) BE：EC＝3：4, AB//HF

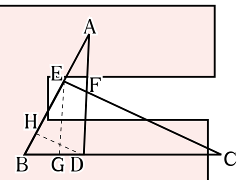


① AD：BE
② AH：HG：GC
③ AB：HF

Exercise B

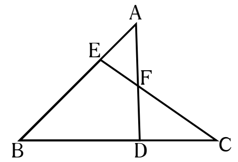
各図について指定された値を求めなさい。ただし ABCD は平行四辺形であるとする。

(1) AE：EB＝2：3, BD：DC＝2：5, AD＝29



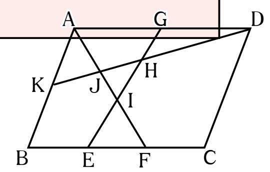
① EF：FC
② AF：FD
③ FD の長さ

(2) AE：EB＝1：3, BD：DC＝3：2, EC＝33



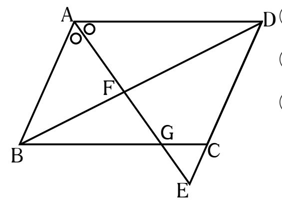
① EF：FC
② AF：FD
③ FC の長さ

(3) AG：GD＝1：1, BE：EF：FC＝1：1：1, AK：KB＝1：1



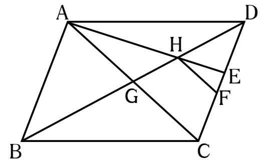
① AI：IF
② AJ：JF
③ AJ：JI：IF
④ DH：HJ：JK

(4) AB＝9, AD＝12, ∠BAE＝∠DAE



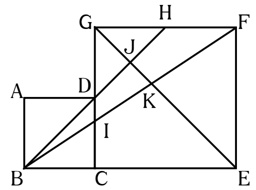
① BF：FD
② AG：GE
③ AF：FG：GE

(5) DE：EC＝2：3, AC//HF



① BG：GH：HD
② CF：FE：ED

(6) ABCD, CEFG は正方形　BC：CE＝1：2



① BD：DJ：JH
② CI：ID：DG

5-7 比の割合④ 面積と連比

Ss SuperSpecial

Point!

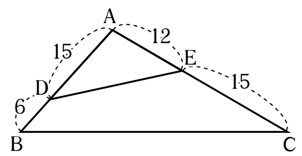
数学達人の極意　図形問題は分かったことをテキストに書き込んで整理しよう。

❗ 3 つ以上の数の比を**連比**（れんひ）という。
2 組以上の比を連比にまとめるには、共通した部分を最小公倍数にそろえる。

❗ 相似比が $m:n$ のとき、面積比は $m^2:n^2$

WarmUp

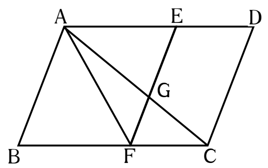
1 右の図で、△ADE： 四角形 BCED の面積比を求めなさい。



2 右の図で、AB∥EF∥DC, AD∥BC, AE：ED＝3：2 である。

(1) △AFG： 四角形 CDEG の面積比を求めなさい。

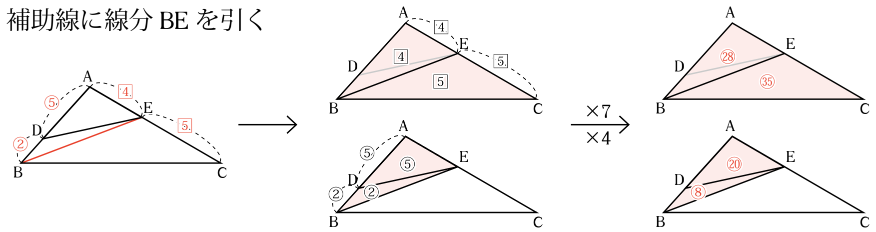
(2) 平行四辺形 ABCD の面積が 40 ㎠ であるとき、△CFG の面積を求めなさい。



解説

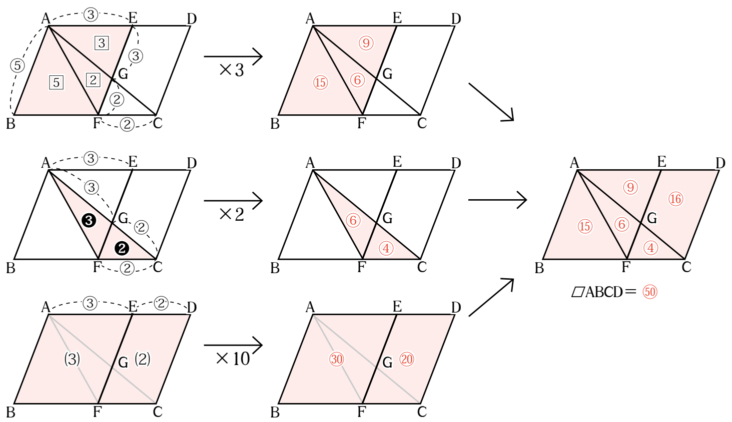
1 面積比を以下のように連比にまとめる。よって、△ADE： 四角形 BCED＝20：43

補助線に線分 BE を引く



補助線は線分 DC を引いても良い

2

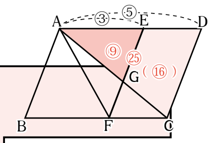


左図のように連比にまとめて、

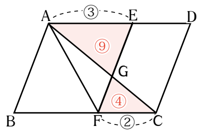
(1) △AFG： 四角形 CDEG＝6：16
＝3：8

(2) ▱ABCD が㊿、△CFG が④なので
△CFG＝40 ㎠ ×$\frac{4}{50}$＝$\frac{16}{5}$ ㎠

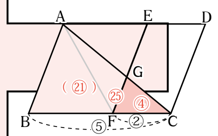
［別解］相似な図形の面積比を利用してもよい。
相似な図形の面積比を利用すると、連比にまとめる手間が省ける場合が多い。



△AEG と △ADC で
相似比が 3：5 なので、
面積比は 9：25



△AEG と △CFG で
相似比が 2：3 なので、
面積比は 4：9

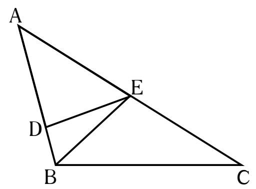


△ABC と △GFC で
相似比が 5：2 なので、
面積比は 25：4

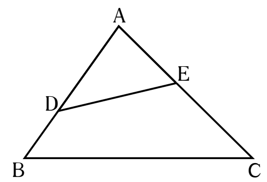
Try

各図について指定された図形の面積比を求めなさい。ただし(4)～(6)で ABCD は平行四辺形であるとする。

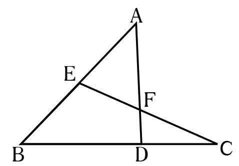
(1) AD：DB＝5：2, AE：EC＝1：1 のとき、△ABC：△DBE



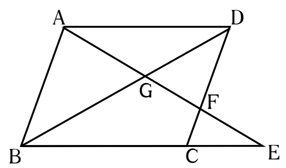
(2) AD＝10㎝ , DB＝5㎝ , AE＝ 8㎝ , EC＝12㎝ のとき、△ABC：△ADE



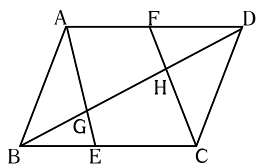
(3) AE：EB＝1：1, BD：DC＝3：2, AF：FD＝5：2 のとき、△ABD：△BCE



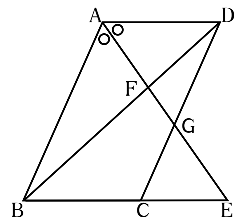
(4) DF：FC＝2：1 のとき、△CEF： 四角形 BCFG



(5) AF：FD＝1：1, BE：EC＝2：3 のとき、△BEG：△DFH



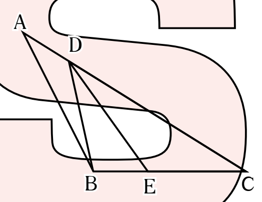
(6) AB＝10㎝ , AD＝6㎝ , ∠BAF＝∠DAF のとき、▱ABCD： 四角形 BFGC



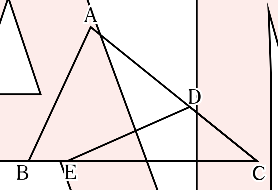
Exercise A

各図について指定された図形の面積比を求めなさい。ただし(4)~(6)で ABCD は平行四辺形であるとする。

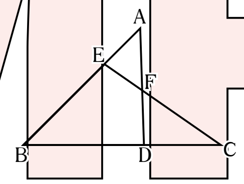
(1) AD : DC＝1 : 4, BE : EC＝2 : 3 のとき、△ABD : △DEC



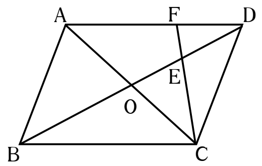
(2) AD : DC＝3 : 2, BE : EC＝1 : 5 のとき、△ABC : △DEC



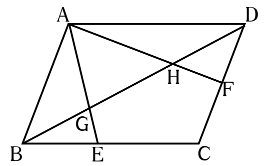
(3) AB＝18cm , AE＝6cm , BC＝20cm , DC＝8cm , AF＝8cm , FD＝10cm のとき、△AEF : △CDF



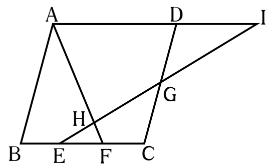
(4) AF : FD＝3 : 2 のとき、△OEC : ▱ABCD



(5) BE : EC＝2 : 3, CF : FD＝1 : 1 のとき、△AGH : △DFH



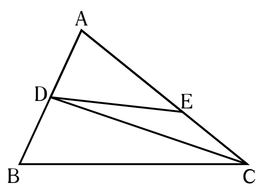
(6) 点 E, F は辺 BC を 3 等分し、点 G は辺 DC の中点である。このとき、△DGI : △EFH



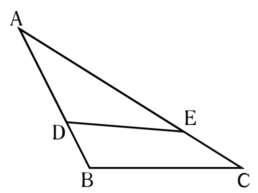
Exercise B

各図について指定された図形の面積比を求めなさい。ただし(4)~(6)で ABCD は平行四辺形であるとする。

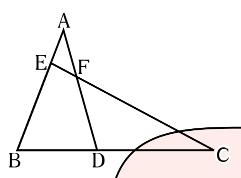
(1) AD＝DB＝EC＝3cm , AE＝5cm , のとき、△ABC : △DEC



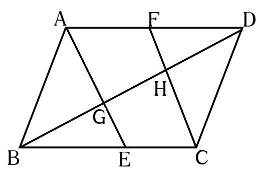
(2) AD : DB＝2 : 1, AE : EC＝8 : 3 のとき、△ADE : 四角形 BCED



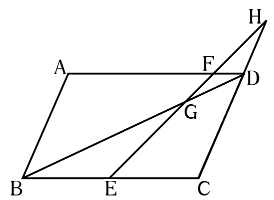
(3) AE : EB＝1 : 3, BD : DC＝3 : 4, CF : FE＝16 : 3 のとき、△AEF : △CBE



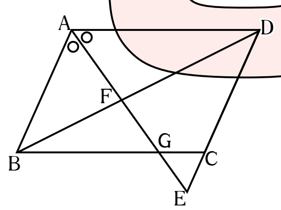
(4) AF : FD＝1 : 1, BE : EC＝5 : 4 のとき、四角形 AFHG : △BEG



(5) AF : FD＝5 : 1, BE : EC＝1 : 1 のとき、△BEG : △DFH



(6) AB＝6cm , AD＝8cm , ∠BAE＝∠DAE のとき、△ABF : △CEG



比の割合⑤ 面積と体積

Point!

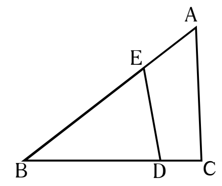
❶ 底辺(底面)が a 倍になり高さが b 倍になると、面積(体積)は ab 倍になる。

❷ 底辺と高さが等しいとき、「三角形」は「平行四辺形」の面積の $\frac{1}{2}$(倍) である。
底面積と高さが等しいとき、「すい」は「柱」の体積の $\frac{1}{3}$(倍) である。

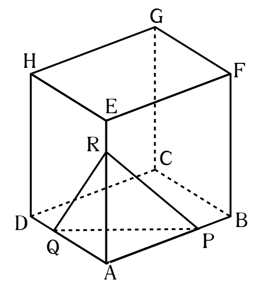
❸ 「A : B＝3 : 4」⇔「A は B の $\frac{3}{4}$(倍)」⇔「B は A の $\frac{4}{3}$(倍)」

WarmUp

1 右の図で、AE : EB＝2 : 3, BD : DC＝5 : 3 である。
(1) △EBD は △ABC の何倍になっているか答えなさい。
(2) △BDE : 四角形 ACDE の面積比を答えなさい。

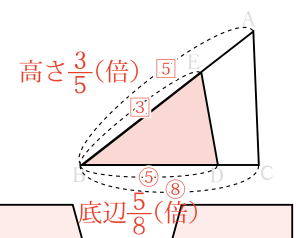


2 直方体 ABCD−EFGH の辺 AB, AD, AE 上に点 P, Q, R をとった。AP : PB＝3 : 1, AQ : QD＝2 : 1, AR : RE＝7 : 2 となるとき、三角すい APQR の体積は直方体 ABCD−EFGH の体積の何倍になっているか答えなさい。

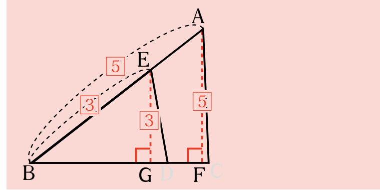


解説

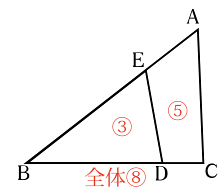
1 (1) 下図のように考え、
$\frac{5}{8}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{8}$(倍)



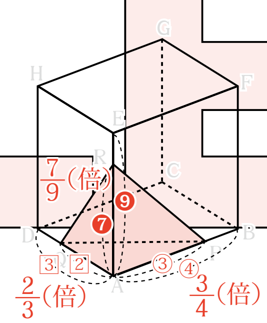
△EBG と △ABF の相似から、高さが$\frac{3}{5}$倍になっていることが説明できる。



(2) (1)より下図のように考え、
△BDE : 四角形 ACDE＝3 : 5



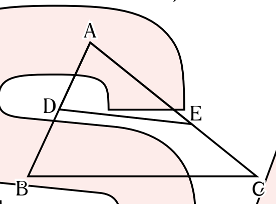
2 右図のように平行でない 3 辺がそれぞれ、
$\frac{3}{4}$(倍), $\frac{2}{3}$(倍), $\frac{7}{9}$(倍) となっていて、
底面が長方形から三角形になっていることから $\frac{1}{2}$(倍)、
柱からすいになっていることから $\frac{1}{3}$(倍)となるので、
$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{7}{9}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{108}$(倍)



Try

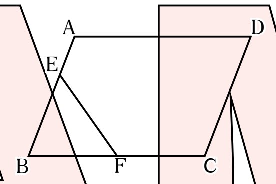
1 次の各問いに答えなさい。ただし(2)～(3)で ABCD は平行四辺形とする。

(1) AD : DB＝1 : 1, AE : EC＝4 : 3



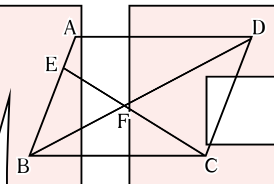
① △ADE の面積は △ABC の何倍か答えなさい。
② △ADE： 四角形 DBCE の面積比を答えなさい。

(2) AE : EB＝1 : 2, BF : FC＝1 : 1



① △BEF の面積は ▱ABCD の何倍か答えなさい。
② △BEF： 五角形 AEFCD の面積比を答えなさい。

(3) AE : EB＝2 : 5



① BF : FD の長さの比を答えなさい。
② △BEF の面積は ▱ABCD の何倍か答えなさい。

2 図 1 のように立方体の辺 AB, AD, AE の中点 P, Q, R をとった。このとき次の問いに答えなさい。

(1) 三角すい APQR の体積は立方体の何倍になるか答えなさい。
(2) 三角すい APQR と同様に、立方体の各頂点と各辺の中点を結んでできる 8 つの三角すいを立方体から切り取ったところ、図 2 のような多面体が完成した。この多面体の体積はもとの立方体の何倍になるか答えなさい。

図 1

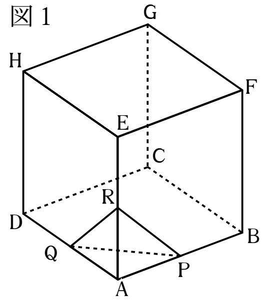
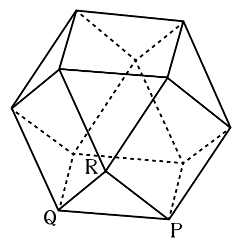


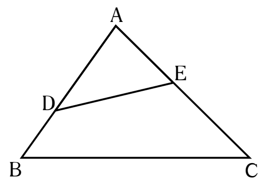
図 2



Exercise A

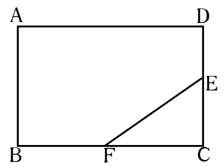
1 次の各問いに答えなさい。ただし ABCD は(2)では長方形、(3)では平行四辺形とする。

(1) AD : DB＝3 : 2, AE : EC＝3 : 4



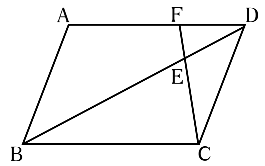
① △ADE の面積は △ABC の何倍か答えなさい。
② △ADE： 四角形 DBCE の面積比を答えなさい。

(2) BF : FC＝1 : 1, DE : EC＝4 : 5



① △CEF の面積は ▱ABCD の何倍か答えなさい。
② △CEF： 五角形 ABFED の面積比を答えなさい。

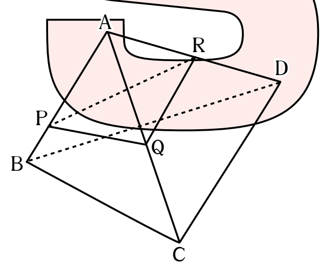
(3) AF : FD＝2 : 1



① BE : ED の長さの比を答えなさい。
② △DEF の面積は ▱ABCD の何倍か答えなさい。

2 四面体 ABCD の各辺上に AP : PB＝2 : 1, AQ : QC＝1 : 1, AR : RD＝1 : 1 となるように点 P, Q, R をとった。

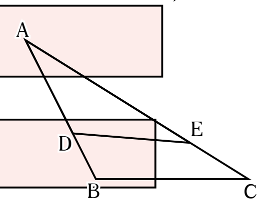
(1) 四面体 APQR の体積は四面体 ABCD の何倍になるか答えなさい。
(2) 四面体 ABCD を面 PQR で切断してできる 2 つの立体、四面体 APQR : 立体 PQRBCD の体積比を答えなさい。



Exercise B

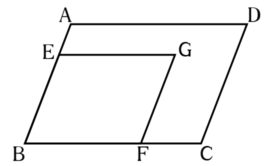
1 次の各問いに答えなさい。ただし(2)～(3)で ABCD は平行四辺形とする。

(1) AD : DB＝3 : 2, AE : EC＝3 : 1



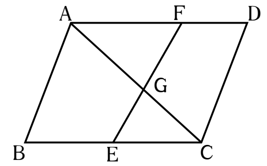
① △ADE の面積は △ABC の何倍か答えなさい。
② △ADE： 四角形 DBCE の面積比を答えなさい。

(2) AE : EB＝1 : 4, BF : FC＝2 : 1
BEGF は平行四辺形



▱EBFG の面積は ▱ABCD の何倍か答えなさい。

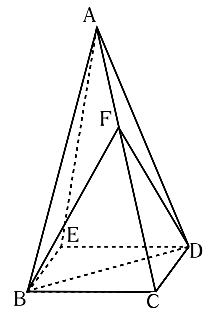
(3) AF : FD＝3 : 2, BE : EC＝1 : 1



① AG : GC の長さの比を答えなさい。
② △AFG の面積は ▱ABCD の何倍か答えなさい。

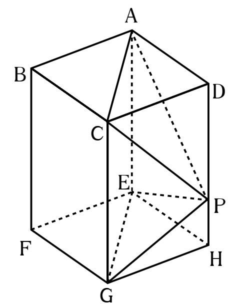
2 正四角すい A－BCDE の辺 AC 上に AF : FC＝2 : 3 となるような点 F をとった。このとき次の問いに答えなさい。

(1) 三角すい F－BCD の体積は正四角すい A－BCDE の何倍か答えなさい。
(2) 正四角すい A－BCDE を面 BDF で切断してできる 2 つの立体、三角すい F－BCD : 立体 ABEDF の体積比を答えなさい。



3 図のように正四角柱 ABCD－EFGH の辺 DH 上に点 P をとった。このとき次の問いに答えなさい。

(1) DP : PH＝2 : 1 のとき、三角すい P－ACD : 三角すい P－EGH の体積比を答えなさい。
(2) (1)のとき、三角すい P－ACD の体積は正四角柱 ABCD－EFGH の何倍になっているか答えなさい。
(3) 正四角柱 ABCD－EFGH から、2 つの三角すい P－ACD, P－EGH を切り取ってできる立体の体積は、点 P が辺 DH 上のどの点にあっても一定である。
この立体の体積が正四角柱 ABCD－EFGH の何倍になるか答えなさい。

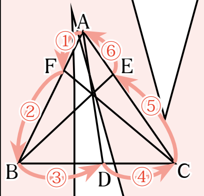


チェバ・メネラウスの定理

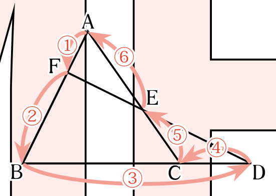
Point!

! 右の各図形において、$\frac{①AF}{②FB}\times\frac{③BD}{④DC}\times\frac{⑤CE}{⑥EA}=1$

チェバの定理

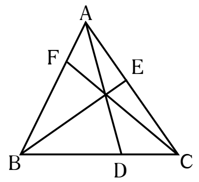


メネラウスの定理



WarmUp

右の図において、AF：FB＝2：5, AE：EC＝3：5 のとき、BD：DC の線分比を求めなさい。

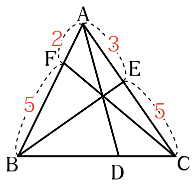


解説

(1) チェバの定理より、$\frac{2}{5}\times\frac{BD}{DC}\times\frac{5}{3}=1$

$\frac{2}{3}\times\frac{BD}{DC}=1$

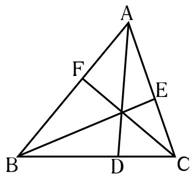
$\frac{BD}{DC}=\frac{3}{2}$ よって、BD：DC＝3：2



Try

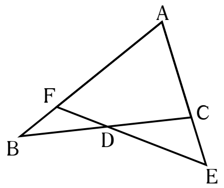
1 次の各図で、指定された線分比を求めなさい。

(1)



AF：FB＝2：3,
AE：EC＝6：5 のとき
BD：DC を求めなさい。

(2)

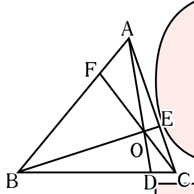


AF：FB＝7：3,
AC：CE＝9：5 のとき
BD：DC を求めなさい。

2 右の図の △ABC で、CE：EA＝1：2, AF：FB＝1：3 である。
このとき次の線分比を求めなさい。

(1) BD：DC

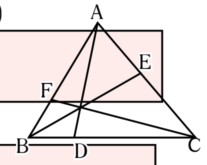
(2) AO：OD



Exercise A

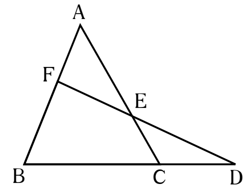
1 次の各図で、指定された線分比を求めなさい。

(1)



AF：FB＝2：1,
AE：EC＝3：4 のとき
BD：DC を求めなさい。

(2)

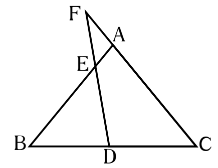


AF：FB＝3：4,
AE：EC＝2：1 のとき
BC：CD を求めなさい。

2 右の図の △ABC は AB＝AC＝12㎝の二等辺三角形である。
辺 BC の中点を D、辺 AB 上に点 E を取り、線分 DE の延長と辺 CA の延長の交点を F とする。DE：EF＝3：2 のとき、次の線分の長さを求めなさい。

(1) AF

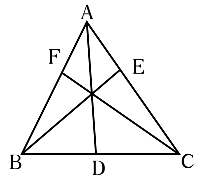
(2) BE



Exercise B

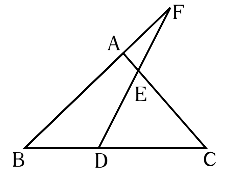
1 次の各図で、指定された線分比を求めなさい。

(1)



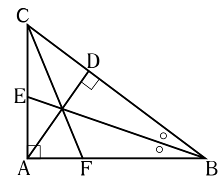
AF：FB＝2：3,
BD：DC＝3：4 のとき
AE：EC を求めなさい。

(2)



AB：AF＝8：3,
BD：DC＝2：3 のとき
AE：EC を求めなさい。

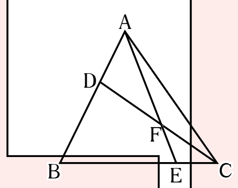
2 右の図の ∠A＝90°, AB＝4㎝, BC＝5㎝, CA＝3㎝の △ABC がある。点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC の交点を D とし、∠B の二等分線と辺 AC の交点を E とする。また AD, BE の交点と点 C を結んだ直線と辺 AB の交点を F とする。
このとき、AF：FB の線分比を求めなさい。



3 右の図の △ABC で、AD：DB＝2：3, BE：EC＝5：1 である。
線分 AE, CD の交点を F とするとき、次の線分比を求めなさい。

(1) EF：FA

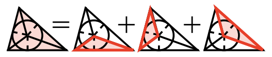
(2) CF：FD



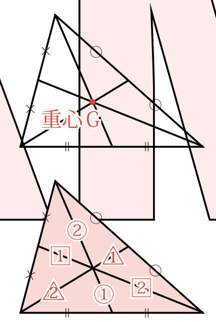
三角形の３つの中心

Point!

- 三角形の３本の中線（ちゅうせん）は重心（じゅうしん）で交わり、重心は中線を 2：1 に分ける。
  また中線は三角形の面積を６等分する。
  （※ 頂点と向かい合う辺の中点を結んだ線分を中線という。）
- 円の接線と接点を通る半径は垂直（すいちょく）になる。
- 三角形の内接円（ないせつえん）の中心を内心（ないしん）という。
  三角形の外接円（がいせつえん）の中心を外心（がいしん）という。
- 内接円について、 S＝$\frac{1}{2}(a+b+c)r$
  （※ a, b, c は三角形の各辺の長さ、r は内接円の半径）
  ［イメージ］

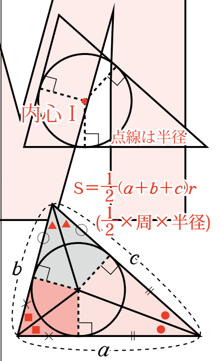


重心

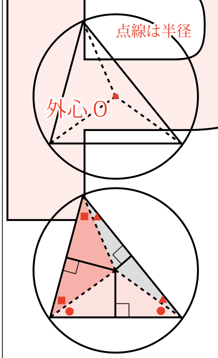


中線→2：1
面積→６等分

内接円と内心



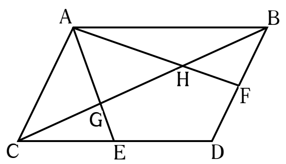
外接円と外心



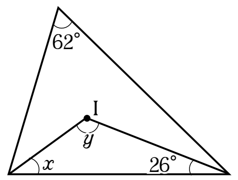
同じ色の直角三角形が合同（ごうどう）になり、対応する辺や角の大きさが等しい。

WarmUp

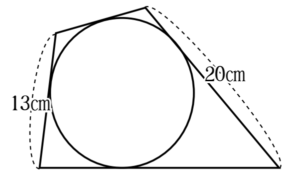
(1) ABDC は平行四辺形で、E, F は CD, BD の中点である。
BH：HG：GC の比を求めなさい。



(2) I は三角形の内心である。
x, y の角の大きさを求めなさい。

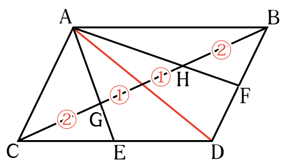


(3) 図のような四角形の面積が 231 cm² であるとき、内接円の半径を求めなさい。

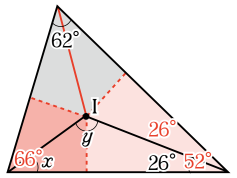


解説

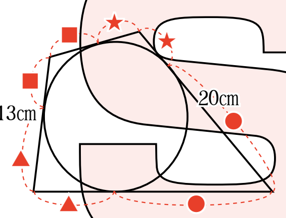
(1) 図のように補助線を引くと、H, G がそれぞれ △ABD, △ACD の重心となることから、
BH：HG：GC＝2：2：2＝1：1：1



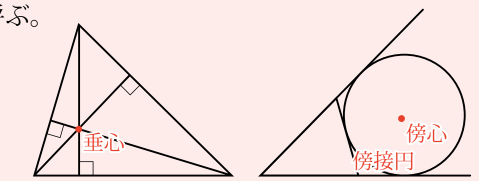
(2) 補助線を引いて、合同な三角形を見つけて考える。
$x=33°,\ y=121°$



(3) 図のように考え、
周＝（●＋▲＋■＋★）×2
＝(13＋20)×2＝66
また、
面積＝$\frac{1}{2}$×周× 半径　より
231＝$\frac{1}{2}$×66×r, r＝7　7cm

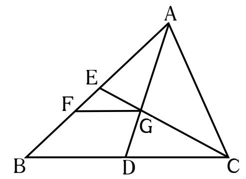


高校数学では「重心」「内心」「外心」「垂心（すいしん）」「傍心（ぼうしん）」をあわせて、三角形の五心（ごしん）と呼ぶ。

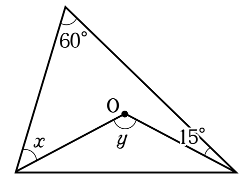


Try

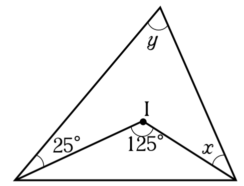
(1) △ABC の辺 BC, AB 上に中点 D, E をとり、AB 上に BC//FG となるように点 F をとった。
AB：EF を求めなさい。



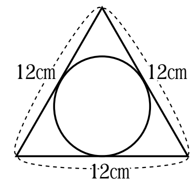
(2) 点 O は三角形の外心である。x, y の角の大きさを求めなさい。



(3) 点 I は三角形の内心である。x, y の角の大きさを求めなさい。

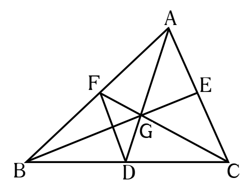


(4) 図の正三角形の面積は $36\sqrt{3}$ cm² である。
正三角形の内接円の半径を求めなさい。

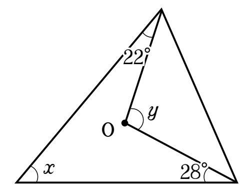


Exercise A

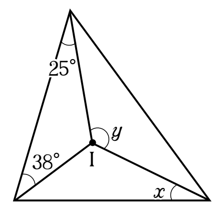
(1) D, E, F は △ABC の各辺の中点である。AD＝18 cm, CG＝14 cm, FD＝10 cm のとき、FG, AG, AE の長さをそれぞれ求めなさい。



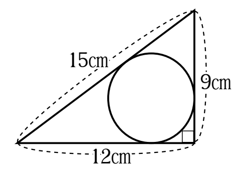
(2) 点 O は三角形の外心である。x, y の角の大きさを求めなさい。



(3) 点 I は三角形の内心である。x, y の角の大きさを求めなさい。

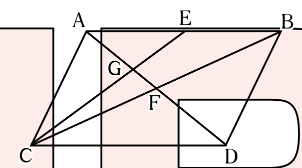


(4) 図のような直角三角形の内接円の半径を求めなさい。

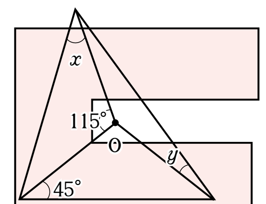


Exercise B

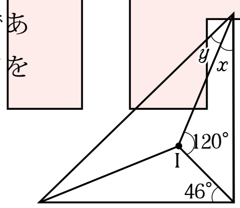
(1) 図のように ▱ABDC の辺 AB 上に中点 E をとった。
AG：GF：FD の線分比を求めなさい。



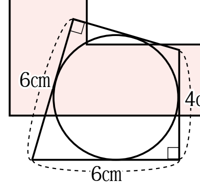
(2) 点 O は三角形の外心である。x, y の角の大きさを求めなさい。



(3) 点 I は三角形の内心である。x, y の角の大きさを求めなさい。



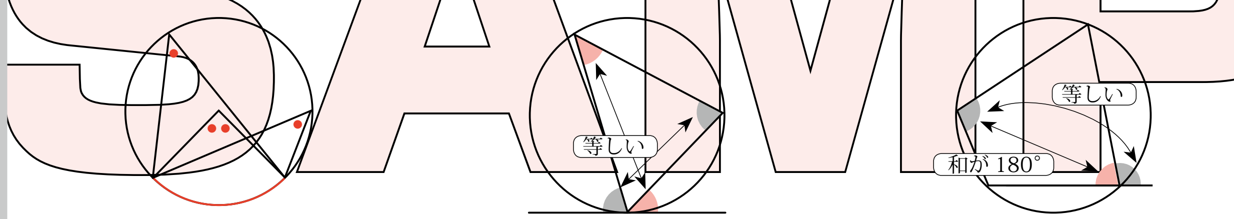
(4) 図のように向かい合う２つの角が直角となる四角形に円が内接している。
この内接円の半径を求めなさい。



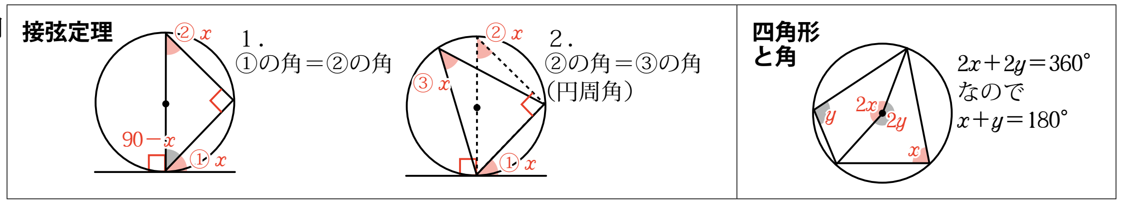
5-11 円と角

Point!

- **中心角**は**円周角**の2倍になる。（基本）
- 円に接する三角形において、図の角は等しい。（**接弦定理**（せつげんていり））
- 円に内接する四角形の向かい合う角の和は180°である。



証明



円と接線の問題では、接点と円の中心をつないで直角を作ることでも解けるものが多い。

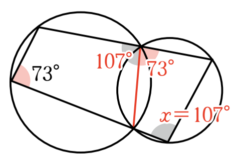
WarmUp

次の各図において、x, y の角の大きさを求めなさい。

(1) (2)

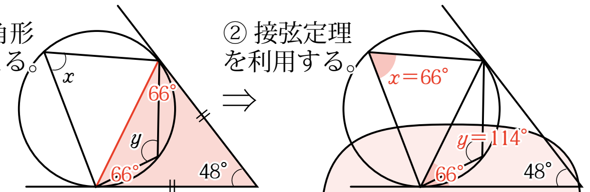
解説

(1) 補助線を引き、内接する２つの四角形を作って考える。$x=107°$



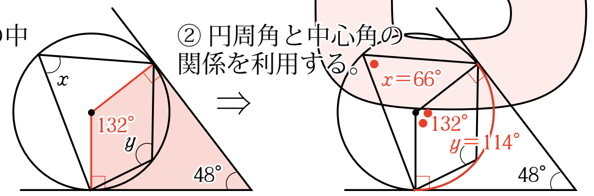
(2) 図のように考え、$x=66°$, $y=114°$

① 二等辺三角形を作って考える。 ⇒ ② 接弦定理を利用する。



［別解］接弦定理を知らなくても、**接点と円の中心をつないで直角を作る**ことでも解くことができる。

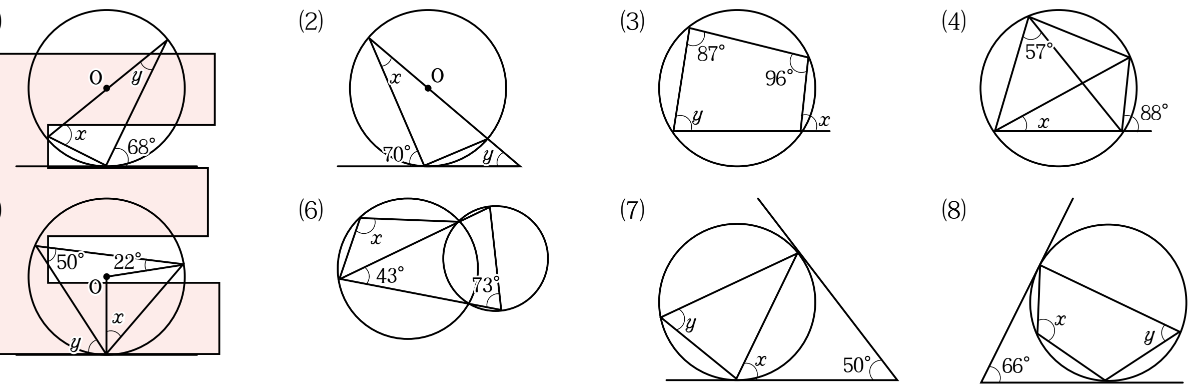
① 接点と円の中心をつなぐ。 ⇒ ② 円周角と中心角の関係を利用する。



Try

次の各図において、x, y の角の大きさを求めなさい。

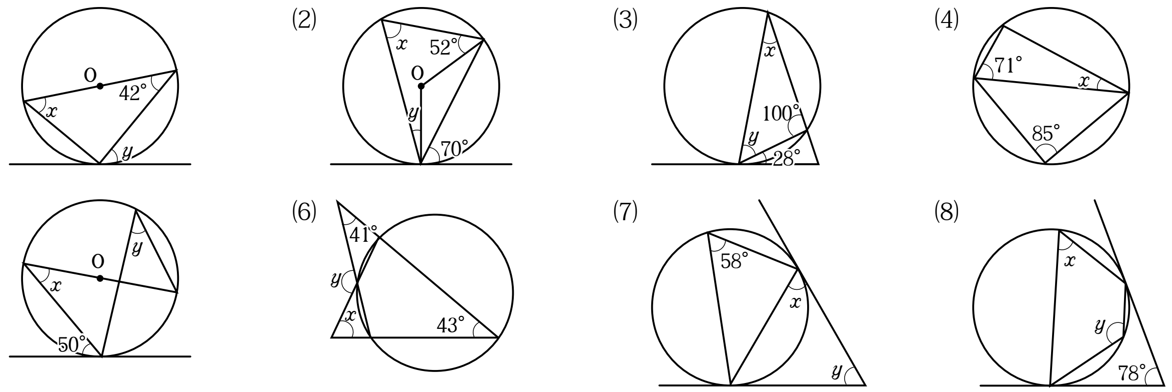
(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)



Exercise A

次の各図において、x, y の角の大きさを求めなさい。

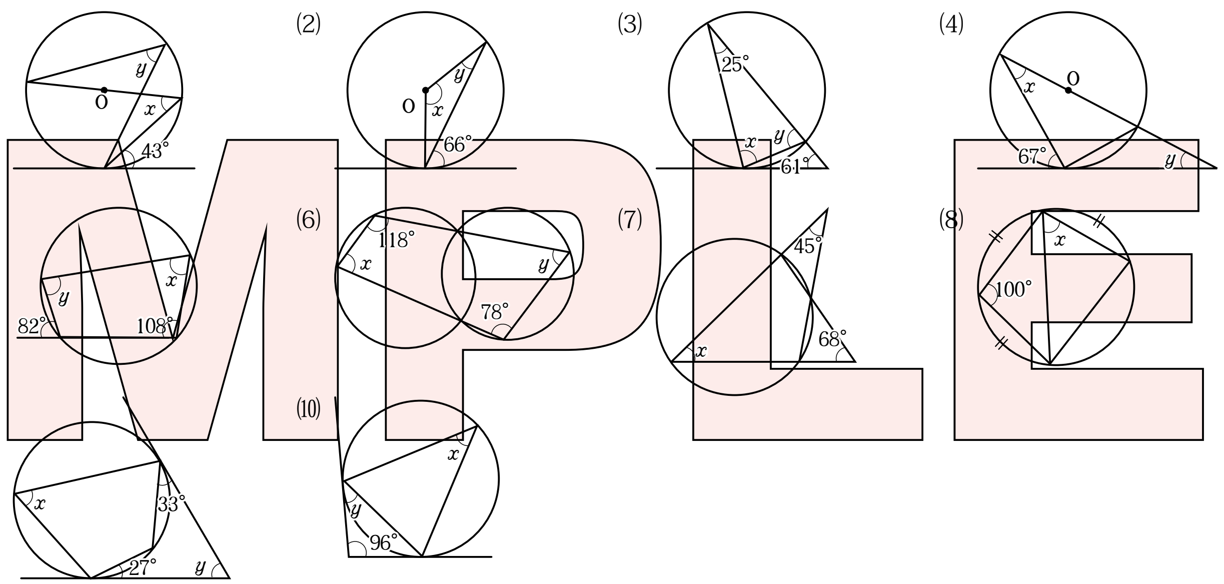
(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)



Exercise B

次の各図において、x, y の角の大きさを求めなさい。

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10)



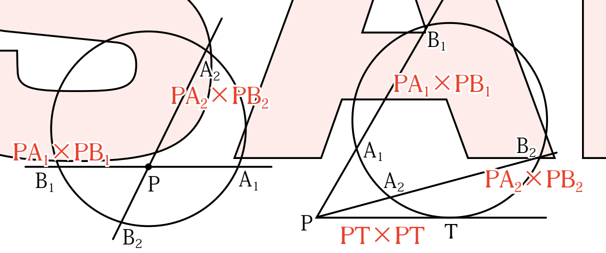
5 相似と円

方べきの定理

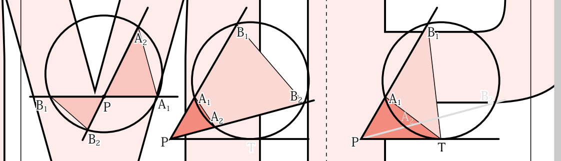
Point!

下の2つの図について、それぞれ

$PA_1 \times PB_1 = PA_2 \times PB_2 = (PT^2)$ が成り立つ。(**方べきの定理**)



方べきの定理は三角形の相似から証明できる。

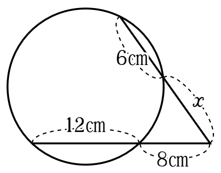


$\triangle A_1A_2P \backsim \triangle B_2B_1P$ より、
$PA_1 : PB_2 = PA_2 : PB_1$
$PA_1 \times PB_1 = PA_2 \times PB_2$

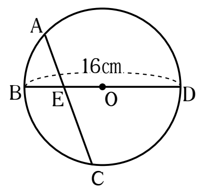
$\triangle A_1TP \backsim \triangle TB_1P$ より、
$PA_1 : PT = PT : PB_1$
$PA_1 \times PB_1 = PT^2$

WarmUp

(1) 右の図で x の長さを求めなさい。

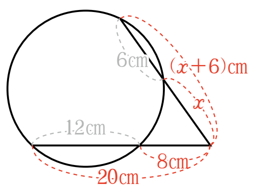


(2) 右の図で、BE＝EO, AE：EC＝2：3 となるとき、AC の長さを求めなさい。

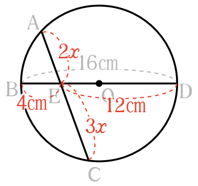


解説

(1) 図のように考えて、方べきの定理より
$x(x+6)=8\times 20$ より、$x=-16, 10$
よって、10cm



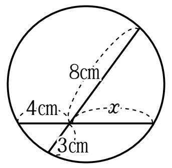
(2) $AE=2x$, $EC=3x$ とおいて、方べきの定理より
$2x\times 3x=4\times 12$ より、$x=\pm 2\sqrt{2}$, x は正なので、$x=2\sqrt{2}$
$AC=5x=10\sqrt{2}$ よって、$10\sqrt{2}$ cm



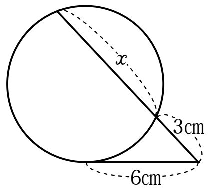
Try

次の各図において、x の長さを求めなさい。

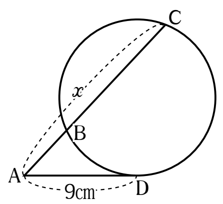
(1)



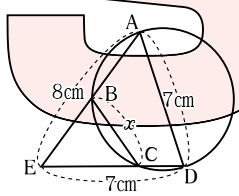
(2)



(3) AB：BC＝1：3



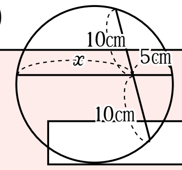
(4) AB：CD＝2：1



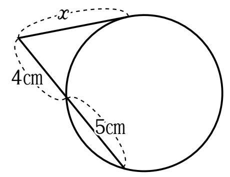
Exercise A

次の各図において、x の長さを求めなさい。

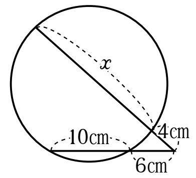
(1)



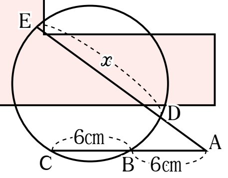
(2)



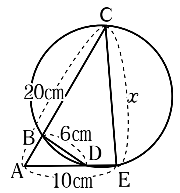
(3)



(4) AD：DE＝2：7



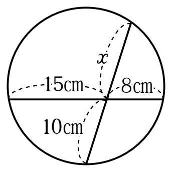
(5) AD：BC＝1：2



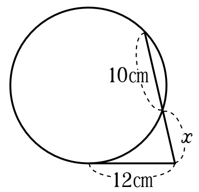
Exercise B

1 次の各図において、x の長さを求めなさい。

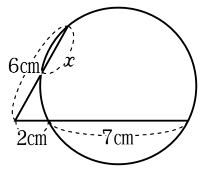
(1)



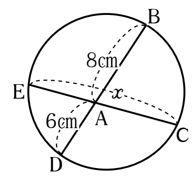
(2)



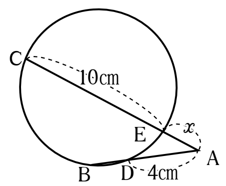
(3)



(4) EA：AC＝5：6



(5) AE：BD＝1：1



2 右の図において、PQ は半円 O の接線で、点 Q は接点である。
PQ＝12, PA＝6 のとき △AQB の面積を求めなさい。