3元以上の連立方程式②

Point!

❗ 3元以上の連立方程式では，**加減法**や**代入法**を用いて**文字を1つずつ減らす**ことで解くことができるが，工夫することで，より手早く計算できる場合もある。

WarmUp

$\begin{cases} x+y=1 & \cdots① \\ y+z=-3 & \cdots② \\ z+x=2 & \cdots③ \end{cases}$ を解きなさい。

解説

[解法 1]
①＋②−③より

$$\begin{array}{rrrl} & x+y & & =1 \\ & y+z & & =-3 \\ +) & -x & -z & =-2 \\ \hline & 2y & & =-4 \end{array}$$

よって，$y=-2$
①式，②式にそれぞれ代入し，
$x=3,\ z=-1$
$\underline{(x, y, z)=(3, -2, -1)}$

[解法 2]
①＋②＋③より

$$\begin{array}{rl} & x+y \qquad =1 \\ & \qquad y+z=-3 \\ +) & x \qquad +z=2 \\ \hline & 2x+2y+2z=0 \end{array}$$

両辺を 2 でわって，$x+y+z=0$ …④
④−①より，$z=-1$
④−②より，$x=3$
④−③より，$y=-2$
$\underline{(x, y, z)=(3, -2, -1)}$

Try

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x+2y+z=2 \\ 3x+2y+z=6 \\ x+2y+3z=-2 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x+y=-1 \\ y-z=2 \\ x-z=3 \end{cases}$

Exercise A

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x-y=1 \\ y-z=1 \\ z+x=4 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x+y-3z=16 \\ 3x-y-2z=9 \\ x+y-z=8 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} a+b+c=0 \\ b+c+d=-1 \\ c+d+a=-2 \\ d+a+b=3 \end{cases}$

Exercise B

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x-4y=-11 \\ 4y+z=-8 \\ 2z-3x=7 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x+y+z=13 \\ x-y+z=11 \\ x+y-z=5 \end{cases}$　(3) $\begin{cases} a+b=7 \\ b-c=1 \\ c+d=3 \\ d+a=9 \end{cases}$

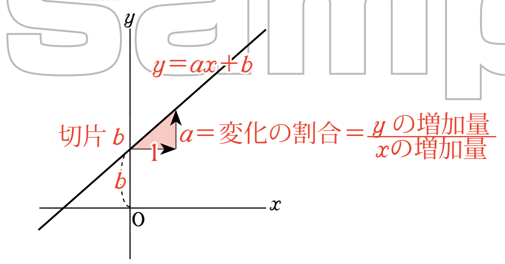
標準問題の確認

Point!

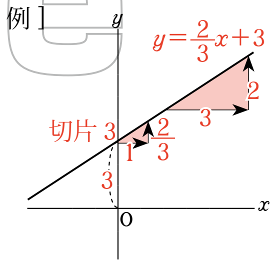
一次関数　y が x の一次式で表されるとき，y は x の一次関数といえて，$\underline{y=ax+b\ (a \neq 0)}$ の形で表される。

傾き　一次関数 $y=ax+b$ における $\underline{a}$ の値。x の増加量が 1 のときの y の増加量でもある。
<u>一次関数の傾きは変化の割合に等しい</u>。

切片　一次関数 $y=ax+b$ における $\underline{b}$ の値。x が 0 のときの y の値でもある。

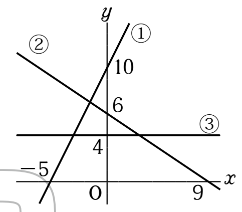


[例]



Try

1 以下の問いに答えなさい。



(1) 直線①〜③の式を答えなさい。

(2) 直線①と直線②の交点の座標を求めなさい。

(3) 直線①と直線③の交点の座標を求めなさい。

2 一次関数 $y=2x+5$ について，次の各問に答えなさい。

(1) x の値が -2 から 5 に増加したときの x の増加量，y の増加量，変化の割合をそれぞれ答えなさい。

(2) x の変域が $-3<x \leqq 4$ であるとき，y の変域を答えなさい。

3 次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。

(1) 変化の割合が 6 で，$x=3$ のとき $y=2$　(2) グラフの切片が -1 で，点 $(2, -4)$ を通る

(3) 2 点 $(-3, 9), (9, 5)$ を通る

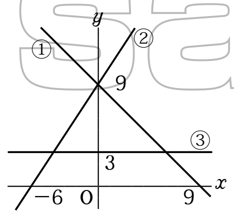
4 水そうに水が 30 ℓ 入っている。この水そうから，一定のペースで排水を行ったところ，5 分経ったときに水そうの水は残り 10 ℓ になった。このとき，次の問いにそれぞれ答えなさい。

(1) 排水を始めてからの時間を x 分，水そうの中の水の残量を y ℓ として，y を x の式で表しなさい。

(2) 水そうの中の水が残り 6 ℓ になるのは排水を始めてから何分後になるのか，求めなさい。

Exercise A

1 以下の問いに答えなさい。



⑴ 直線①〜③の式を答えなさい。

⑵ 直線①と直線③の交点の座標を求めなさい。

⑶ 直線②と直線③の交点の座標を求めなさい。

2 一次関数 $y=-3x-2$ について，次の各問に答えなさい。

⑴ x の値が -3 から 4 に増加したときの x の増加量，y の増加量，変化の割合をそれぞれ答えなさい。

⑵ x の変域が $-2<x\leqq 2$ であるとき，y の変域を答えなさい。

3 次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。

⑴ グラフの傾きが -1 で，点 $(-3,\ -3)$ を通る　⑵ グラフの切片が -3 で，$x=2$ のとき $y=-1$

⑶ $x=-3$ のとき $y=2$ で，$x=6$ のとき $y=-2$

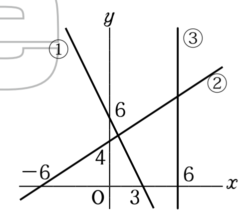
4 長さが 24cmのろうそくがある。このろうそくに火をともしたところ，火をともしてから 5 分後に 21cmになった。このとき，次の問いにそれぞれ答えなさい。

⑴ ろうそくに火をともしてからの時間を x 分，ろうそくの長さを $y$cmとして，y を x の式で表しなさい。

⑵ ろうそくが燃え尽きるのは何分後になるか求めなさい。

Exercise B

1 以下の問いに答えなさい。



⑴ 直線①〜③の式を答えなさい。

⑵ 直線①と直線②の交点の座標を求めなさい。

⑶ 直線②と直線③の交点の座標を求めなさい。

2 一次関数 $y=-\frac{3}{2}x+2$ について，次の各問に答えなさい。

⑴ x の値が -2 から 4 に増加したときの x の増加量，y の増加量，変化の割合をそれぞれ答えなさい。

⑵ x の変域が $-6\leqq x<-2$ であるとき，y の変域を答えなさい。

3 次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。

⑴ 変化の割合が 1 で，点 $(-3,\ 5)$ を通る　⑵ グラフの切片が 8 で，点 $(-3,\ 2)$ を通る

⑶ 2 点 $(-1,\ 2)$，$(4,\ -13)$ を通る。

4 最大で 30 ℓ の水が入る水そうに 6 ℓ の水が入っている。この水そうに水道を用いて毎分 2 ℓ のペースで給水することにした。このとき，次の問いにそれぞれ答えなさい。

⑴ 給水を始めてからの時間を x 分，水そうにたまった水の量を y ℓ として，y を x の式で表しなさい。

⑵ 水そうが満水になるのは給水を始めてから何分後になるのか，求めなさい。

3-1 直線の式①

S Special

Point!

数学達人の極意 効率の良い方法で計算するから，計算ミスをしなくなる！

❶ 一次関数 $y=ax+b$（2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を通る）で，「傾き a ＝変化の割合＝$\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ 」

❷ 傾きが a で，(x_1, y_1) を通る直線 ⇒ $\underline{y-y_1=a(x-x_1)}$

比例式 $y=ax$ を $x\to x-x_1, y\to y-y_1$ に置きかえると考える。

例① 傾きが 3 で，$(2, -5)$ を通る直線の式

［解法 1］ 公立中学で標準的に学習する解法。考え方が分かりやすい。

傾きが 3 なので， $y=3x+b$

$(2, -5)$ を代入し， $-5=3\times2+b$

整理して， $b=-11$

よって $y=3x-11$

［解法 2］ 私立中学や高校で標準的に学習する解法。早く計算できる。

上記の公式から $y-(-5)=3(x-2)$

整理して， $y=3x-11$

例② $(1, 4), (3, 10)$ を通る直線の式

［解法 1］ 公立中学で標準的に学習する解法。考え方が分かりやすい。

$y=ax+b$ に $(1, 4), (3, 10)$ をそれぞれ代入して，

$$\begin{cases}4=a+b\\10=3a+b\end{cases}$$

これらを解いて，$a=3, b=1$

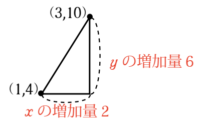
よって $y=3x+1$

［解法 2］ 私立中学や高校で標準的に学習する解法。早く計算できる。

$(1, 4), (3, 10)$ を通ることから

x の増加量＝2，y の増加量＝6

よって，$a=\dfrac{6}{2}=3$



傾きが 3 で $(1, 4)$ を通るから， $y-4=3(x-1)$

整理して， $y=3x+1$

WarmUp

次の条件を満たす一次関数の式を，**Point** の例①②における［解法 2］の解き方を用いて求めなさい。

(1) 傾きが -2 で，$(-4, -2)$ を通る

(2) $(-1, 3), (2, -3)$ を通る

(3) 切片が 3 で，$x=2$ のとき $y=6$

解説

(1) 公式より $y-(-2)=-2\{x-(-4)\}$

$y+2=-2(x+4)$

$\underline{y=-2x-10}$

◀ 比例式 $y=-2x$ をもとにして，
$x \to x-(-4)$
$y \to y-(-2)$
と置きかえると考える。

(2) x が 3 増加
$(-1, 3)\to(2, -3)$
y が -6 増加

連立方程式を利用するよりも，ずっと早く計算できる。

左図のようになるので，傾き $a=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{-6}{3}=-2$

傾きが -2 で $(-1, 3)$ を通るので， $y-3=-2\{x-(-1)\}$

$y-3=-2(x+1)$

$\underline{y=-2x+1}$

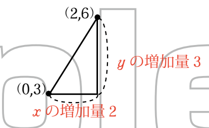
(3) 切片が 3 である →$(0, 3)$ を通る

$x=2$ のとき $y=6$ →$(2, 6)$ を通る と考えて，

x の増加量＝2，y の増加量＝3 なので

傾き $a=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{3}{2}$

また，切片 $b=3$ なので，$y=\dfrac{3}{2}x+3$



Try

次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。

(1) グラフの傾きが 5 で，点 $(-4, 1)$ を通る

(2) $x=-2$ のとき $y=1$ で，$x=1$ のとき $y=-2$

(3) 切片が -3 で，点 $(-2, 5)$ を通る

Exercise A

次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。

(1) グラフの傾きが $\dfrac{1}{2}$ で，点 $(-6, -1)$ を通る

(2) $(-2, 6), (2, -6)$ を通る

(3) 切片が -1 で，$x=3$ のとき $y=-5$

Exercise B

次の条件を満たす一次関数の式を求めなさい。

(1) グラフの傾きが -1 で，点 $(-2, 3)$ を通る

(2) グラフの傾きが $\dfrac{1}{3}$ で，$x=6$ のとき $y=1$

(3) $(-5, 2), (-2, 11)$ を通る

(4) $x=-4$ のとき $y=1$ で，$x=2$ のとき $y=10$

(5) 切片が -1 で，点 $(6, -7)$ を通る

(6) 切片が 2 で，$x=-3$ のとき $y=4$

直線の式②

S Special

Point!

数学達人の極意　計算ミスをしたくないなら，図形的に解けばいいんじゃない？ by Marie Antoinette

❗ 一次関数 $y=ax+b$（2 点 (x_1, y_1), (x_2, y_2) を通る）で，「傾き a ＝変化の割合＝$\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$」

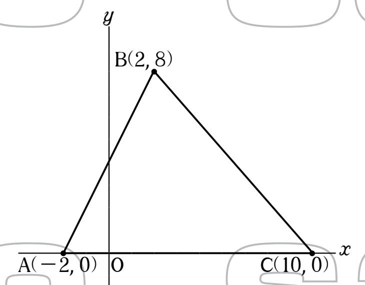
WarmUp

右の図のように，3 点 A$(-2, 0)$, B$(2, 8)$, C$(10, 0)$ がある。

(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) 直線 BC の式を求めなさい。

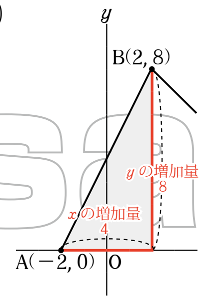
(3) △ABC の面積を求めなさい。

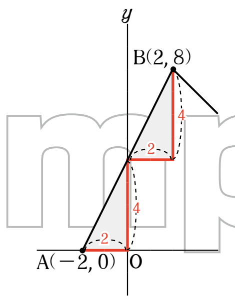


解説

グラフが与えられた問題では，図形的にとらえることで簡単に求められる場合が多い。

(1)





左図のように考えて x と y の増加量を求め，

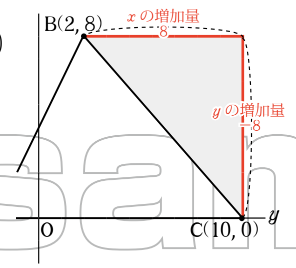
傾き $a=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{8}{4}=2$

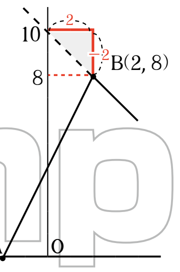
また右図のように考えて，切片 $b=4$

よって，$\underline{y=2x+4}$

「3-1 直線の式①」で学習したように計算でも解くことができるが，図形的にとらえて感覚的に解くテクニックを身につけると，応用問題に強くなる。

(2)





左図のように考えて x と y の増加量を求め，

傾き $a=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{-8}{8}=-1$

また右図のように BC を延長して考えて，切片 $b=10$

よって，$\underline{y=-x+10}$

(3) $12\times8\div2=48$　よって $\underline{48}$
底辺×高さ÷2
◀特に問題に単位が指定されていない場合は，単位を付けずに答える。

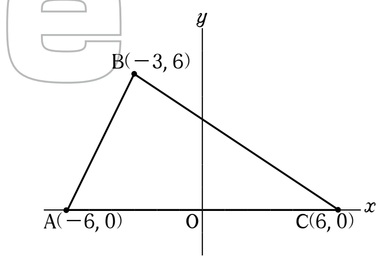
Try

右の図のように，3 点 A$(-6, 0)$, B$(-3, 6)$, C$(6, 0)$ がある。

(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) 直線 BC の式を求めなさい。

(3) △ABC の面積を求めなさい。



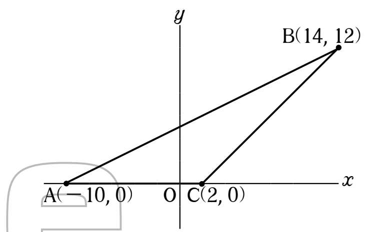
Exercise A

右の図のように，3 点 A$(-10, 0)$, B$(14, 12)$, C$(2, 0)$ がある。

(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) 直線 BC の式を求めなさい。

(3) △ABC の面積を求めなさい。



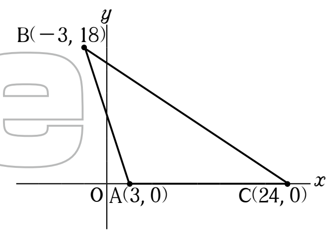
Exercise B

1 右の図のように，3 点 A$(3, 0)$, B$(-3, 18)$, C$(24, 0)$ がある。

(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) 直線 BC の式を求めなさい。

(3) △ABC の面積を求めなさい。

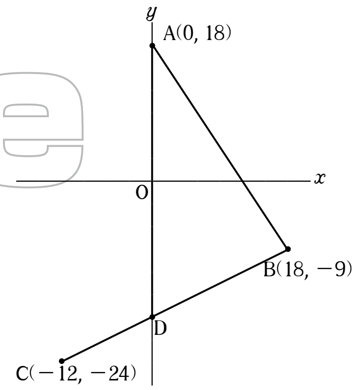


2 右の図のように，3 点 A$(0, 18)$, B$(18, -9)$, C$(-12, -24)$ がある。
また直線 BC と y 軸との交点を D とする。

(1) 直線 AB の式を求めなさい。

(2) 直線 BC の式を求めなさい。

(3) △ABD の面積を求めなさい。



変域

Point!

変域の問題では傾きの値の正負に気を付けて，必要があれば**場合分け**を行う。

一次関数 $y=ax+b$ において

① a の値が正の場合

小$\leqq x \leqq$大
対応
小$\leqq y \leqq$大

$\Rightarrow$ $\underline{(小,\ 小)}, \underline{(大,\ 大)}$ を通る

② a の値が負の場合

小$\leqq x \leqq$大
対応
小$\leqq y \leqq$大

$\Rightarrow$ $\underline{(小,\ 大)}, \underline{(大,\ 小)}$ を通る

WarmUp

$y=ax+b$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域が $1\leqq y\leqq 11$ となった。このとき，$(a,\ b)$ の値の組み合わせをすべて求めなさい。

解説

分かりにくい場合は，右図のようにグラフを書いて整理しても良い。

① $a>0$ のとき，$(-2,\ 1), (3,\ 11)$ を通る直線を求めれば良いので，

$-2\leqq x\leqq 3$
対応
$1\leqq y\leqq 11$

$a=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{10}{5}=2$ より，

$y-1=2\{x-(-2)\}$ 整理して，$y=2x+5$

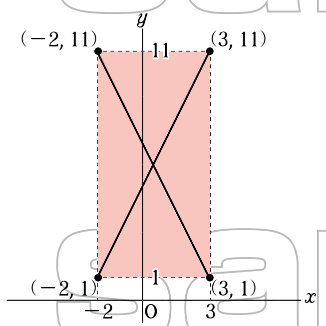
② $a<0$ のとき，$(-2,\ 11), (3,\ 1)$ を通る直線を求めれば良いので，

$-2\leqq x\leqq 3$
対応
$1\leqq y\leqq 11$

$a=\dfrac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}=\dfrac{-10}{5}=-2$ より，

$y-11=-2\{x-(-2)\}$ 整理して，$y=-2x+7$

以上より，$(a,\ b)=\underline{(2,\ 5), (-2,\ 7)}$



$a>0$ の場合　x が増加すると y も増加する
$a<0$ の場合　x が増加すると y は減少する

Try

次の各問いについて条件を満たす $(a,\ b)$ の値の組み合わせをすべて求めなさい。

(1) $y=ax+b$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域が $-7\leqq y\leqq 8$ となる。

(2) $y=-x+10$ について，x の変域が $2\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域が $7\leqq y\leqq b$ となる。

Exercise A

次の各問いについて条件を満たす $(a,\ b)$ の値の組み合わせをすべて求めなさい。

(1) $y=ax+b$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の変域が $-4\leqq y\leqq -1$ となる。

(2) $y=ax+4$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq b$ のとき，y の変域が $-2\leqq y\leqq 7$ となる。

(3) $y=-5x+a$ について，x の変域が $b\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域が $-12\leqq y\leqq -7$ となる。

Exercise B

次の各問いについて条件を満たす $(a,\ b)$ の値の組み合わせをすべて求めなさい。

(1) $y=ax+b$ について，x の変域が $-6\leqq x\leqq 4$ のとき，y の変域が $-2\leqq y\leqq 3$ となる。

(2) $y=\frac{1}{2}x+2$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq a$ のとき，y の変域が $b\leqq y\leqq 5$ となる。

(3) $y=ax+2$ について，x の変域が $1\leqq x\leqq 5$ のとき，y の変域が $7\leqq y\leqq b$ となる。

(4) $y=-2x+a$ について，x の変域が $b\leqq x\leqq 5$ のとき，y の変域が $2\leqq y\leqq 10$ となる。

三角形の面積

Point!

2点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ の中点 ⇒ $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$　例　$(-1, 4), (3, 10)$ の中点 ⇒ $\left(\frac{(-1)+3}{2}, \frac{4+10}{2}\right)=(1, 7)$

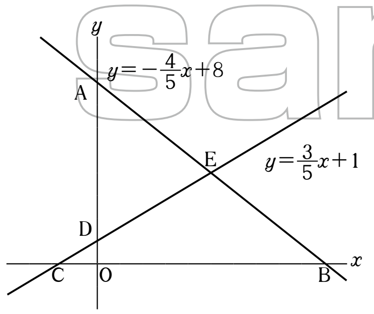
WarmUp

右の図のように，2直線 $y=-\frac{4}{5}x+8$，$y=\frac{3}{5}x+1$ のグラフがある。点 A, B, C, D, E はこの2直線と x 軸や y 軸との交点で，点 E は2直線の交点である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点 A, B, C, D, E の座標をそれぞれ求めなさい。

(2) △BEC の面積を求めなさい。

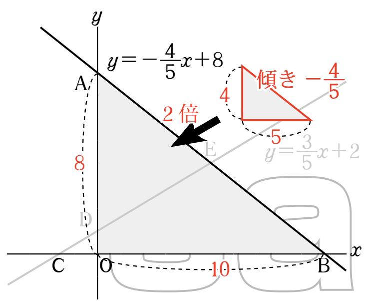
(3) 点 E を通り，△ADE の面積を二等分する直線の式を求めなさい。



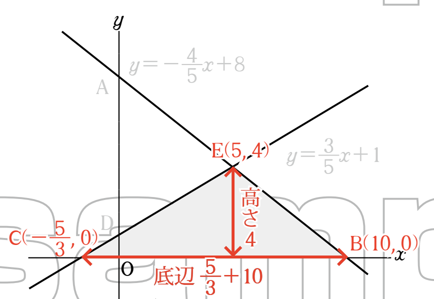
解説

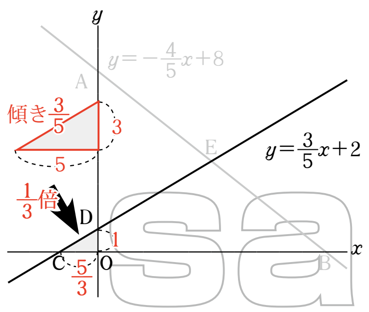
(1) 2直線の切片であることから，A(0, 8), D(0, 1)
点 B, C は $y=-\frac{4}{5}x+8$，$y=\frac{3}{5}x+1$ に
それぞれ $y=0$ を代入し，
点B　$0=-\frac{4}{5}x+8$　より　$x=10$
点C　$0=\frac{3}{5}x+1$　より　$x=-\frac{5}{3}$
よって B(10, 0), C$\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$
$y=-\frac{4}{5}x+8$，$y=\frac{3}{5}x+1$ を連立方程式として解き，E(5, 4)
以上より，A(0, 8), B(10, 0), C$\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$, D(0, 1), E(5, 4)

(1) [別解]
B, C の x 座標は図形的に求めても良い。



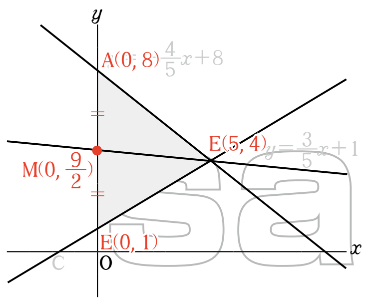
(2)





上のグラフのように考えて，$\left(\frac{5}{3}+10\right)\times4\div2=\frac{70}{3}$
底辺×高さ÷2

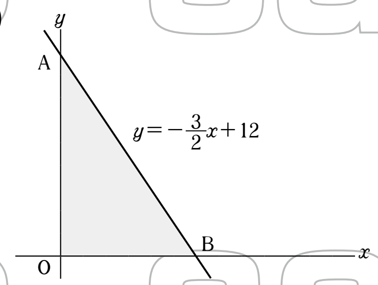
(3) A(0, 8) と E(0, 1) の中点 M と点 E を通る直線を求める。
$M\left(\frac{0+0}{2}, \frac{8+1}{2}\right)=M\left(0, \frac{9}{2}\right)$ なので，切片は $\frac{9}{2}$
また点 M から点 E までの x の増加量は $5-0=5$
y の増加量は $4-\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}$
よって，変化の割合 = y の増加量 ÷ x の増加量
$=-\frac{1}{2}\div5=-\frac{1}{10}$
以上より，$y=-\frac{1}{10}x+\frac{9}{2}$



Try

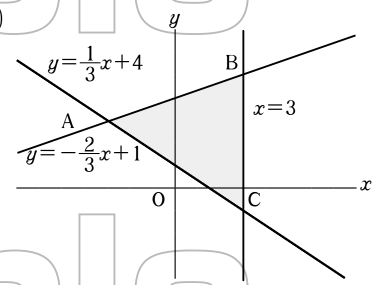
次の各図において，指定された値をそれぞれ求めなさい。

(1)



① △OAB の面積
② 原点 O を通り，△OAB を二等分する直線の式
③ 点 A を通り，△OAB を二等分する直線の式

(2)

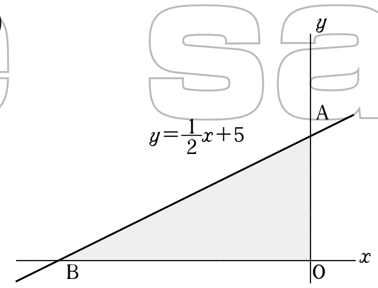


① △ABC の面積
② 点 A を通り，△ABC を二等分する直線の式

Exercise A

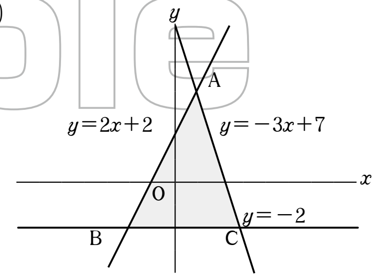
次の各図において，指定された値をそれぞれ求めなさい。

(1)



① △OAB の面積
② 原点 O を通り，△OAB を二等分する直線の式
③ 点 A を通り，△OAB を二等分する直線の式

(2)

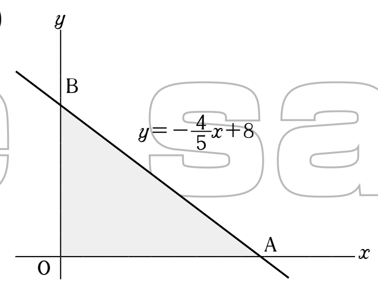


① △ABC の面積
② 点 B を通り，△ABC を二等分する直線の式

Exercise B

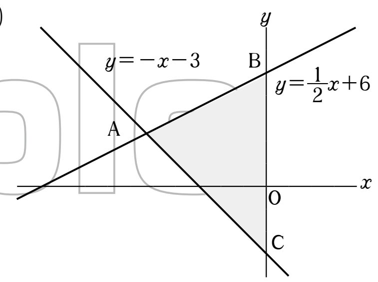
次の各図において，指定された値をそれぞれ求めなさい。

(1)



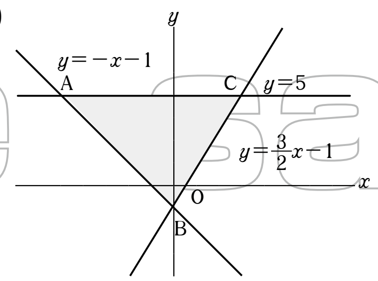
① △OAB の面積
② 原点 O を通り，△OAB を二等分する直線の式

(2)



① △ABC の面積
② 点 A を通り，△ABC を二等分する直線の式

(3)



① △ABC の面積
② 点 A を通り，△ABC を二等分する直線の式

グラフの作図① 座標から求める S Special

Point!

数学達人の極意　いろいろな解き方を知っていると，つおい（強い / 甲州弁）。

❶ 方眼がなくてもグラフを図示できるように練習しておこう。

次の点に気を付けてグラフを書く。必ずしも縦と横（y 軸方向と x 軸方向）の縮尺は同じにしなくても良い。

① 原点 O, x 軸 , y 軸を書く。

② 重要な点の座標を書き入れる。

❶ グラフの作図の問題のうち**図形上の動点によって作られる面積**を扱う問題などでは次の手順で解くと早い。

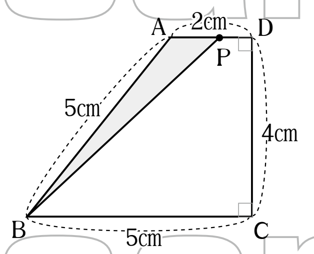
① 動点が図形の頂点に来たときの座標を求める。　◀式を先に求める方法の方が標準的であるが，グラフを先に書いた方が早い。

② グラフを書く。

③ グラフをもとに，式を求める。

WarmUp

右の図のような台形 ABCD の辺上を点 P が移動する。
点 P は頂点 A を出発して，毎秒 0.5 ㎝ で頂点 D, 頂点 C を通り，頂点 B まで動く。点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の △ABP の面積を y ㎠ とするとき次の各問いに答えなさい。



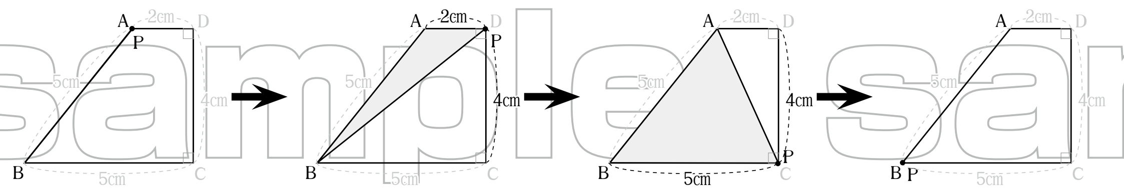
(1) y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をグラフに表しなさい。

(3) △ABP の面積が 6 ㎠ になるのは点 P が頂点 A を出発して何秒後か。

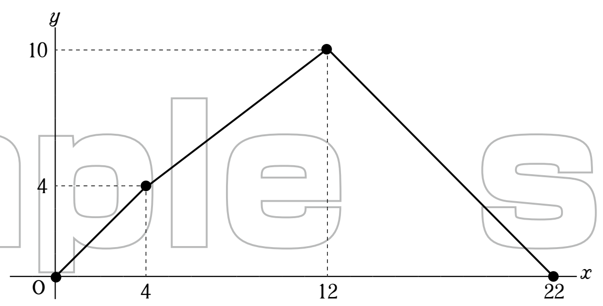
解説

(2) (1)のように式を先に問う問題も多いが，グラフの作図を先に行った方が早く解ける。



0 秒 , 0 ㎠ → (0, 0)　4 秒 , 4 ㎠ → (4, 4)　12 秒 , 10 ㎠ → (12, 10)　22 秒 , 0 ㎠ → (22, 0)

以上より，グラフを書く。



(1) (0, 0), (4, 4) を通るグラフを求めると，

傾き $a=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{4}{4}=1$

より，$y=x$

(4, 4), (12, 10) を通るグラフを求めると，

傾き $a=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

より，$y-4=\dfrac{3}{4}(x-4)$　整理して，$y=\dfrac{3}{4}x+1$

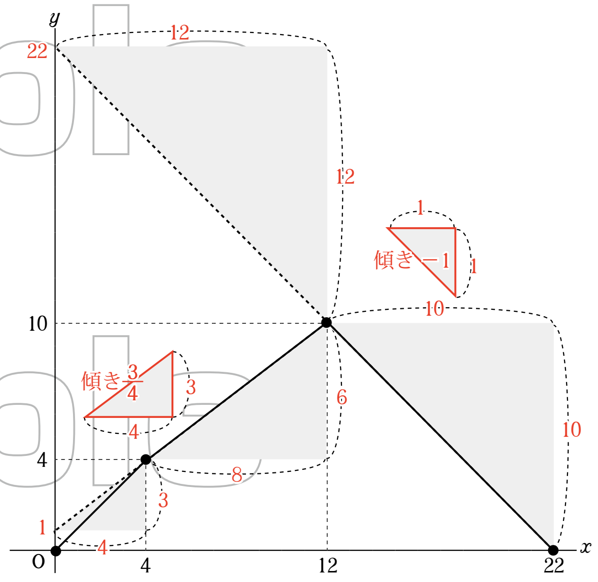
(12, 10), (22, 0) を通るグラフを求めると，

傾き $a=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{-10}{10}=-1$

より，$y=-(x-22)$　整理して，$y=-x+22$

まとめると，

$$\begin{cases} y=x & (0\leqq x<4) \\ y=\dfrac{3}{4}x+1 & (4\leqq x<12) \\ y=-x+22 & (12\leqq x\leqq 22) \end{cases}$$



右図のように延長線を考えて，図形的に求めても良い。

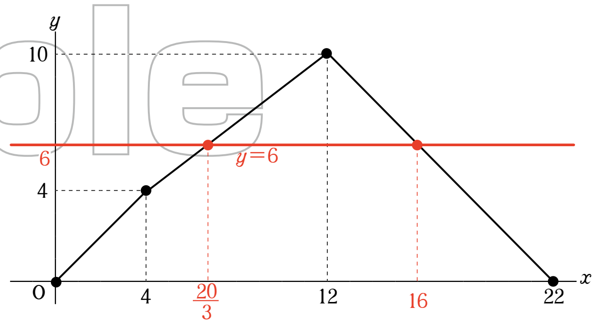
(3) (1)で求めたグラフと，$y=6$ との交点を求めれば良い。

$y=\dfrac{3}{4}x+1$, $y=-x+22$ にそれぞれ $y=6$ を代入し，

$6=\dfrac{3}{4}x+1$　より，　$x=\dfrac{20}{3}$

$6=-x+22$　より，　$x=16$

よって，　$\dfrac{20}{3}$ 秒後と 16 秒後



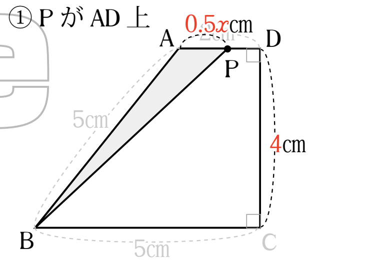
(1) [別解] 式を先に求める解き方 (標準的な解法)

右図のように場合分けをして考える。

① 点 P が AD 上にあるとき ($0\leqq x<4$)

$y=\underset{\text{底辺×高さ÷2}}{0.5x\times4\div2}$

$=x$



② 点 P が DC 上にあるとき ($4\leqq x<12$)

AD＋DP＝$0.5x$ より，

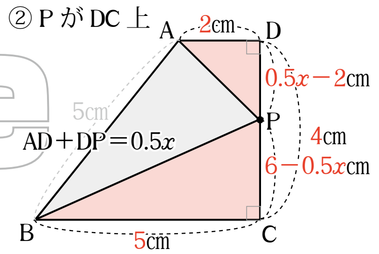
DP＝$0.5x$－AD＝$0.5x-2$，PC＝AD＋DC－$0.5x$＝$6-0.5x$　を利用して

y＝台形 ABCD－△ADP－△BCP

$=\underset{(\text{上底}+\text{下底})\times\text{高さ}\div2}{\{(2+5)\times4\div2\}}-\underset{\text{底辺×高さ÷2}}{\{2\times(0.5x-2)\div2\}}-\underset{\text{底辺×高さ÷2}}{\{5\times(6-0.5x)\div2\}}$

$=0.75x+1$

$=\dfrac{3}{4}x+1$　◀小数のままでも間違いではないが，ふつうは分数を用いる。



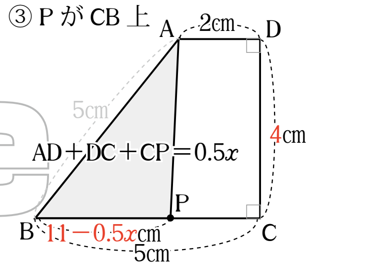
③ 点 P が CB 上にあるとき ($12\leqq x\leqq22$)

AD＋DP＋CP＝$0.5x$ より，

BP＝AD＋DC＋CB－$0.5x$＝$11-0.5x$　を利用して

$y=\underset{\text{底辺×高さ÷2}}{(11-0.5x)\times4\div2}$

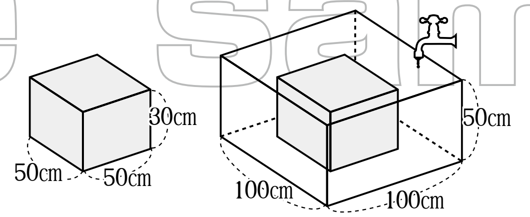
$=-x+22$



グラフから先に求める方法と比べると計算が面倒になることが多いが，問題によっては標準的な解法の方が有効なこともあるので，どちらの解法も理解しておきたい。

Try

底面が一辺 50 cm の正方形で高さが 30 cm の正四角柱の石を，水そうの中に置いた。水そうも正四角柱で，底面は一辺が 100 cm の正方形で高さは 50 cm である。
この水そうに毎分 5 ℓ の割合で水を入れていくとする。このとき，次の問いに答えなさい。



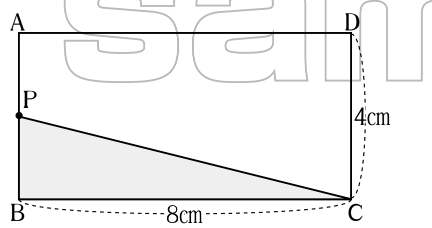
⑴ 石が完全に隠れるまで水が貯まるのは，水を入れはじめてから何分後か。

⑵ 水そうが満水になるのは，水を入れ始めてから何分後か。

⑶ 水を入れ始めてからの時間を x 分，水そうの底面から水面の高さを y cmとしたとき，y を x の式で表し，またそのグラフを描きなさい。

Exercise A

1 右の図のような長方形 ABCD の辺上を点 P が移動する。
点 P は頂点 A を出発して，毎秒 2 cm で頂点 B, C, D を通り，頂点 A に戻る。点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の △BCP の面積を y cm² とするとき次の各問いに答えなさい。
ただし，△BCP の 3 つの頂点が一直線上に並び三角形を作ることができないときの面積は 0 cm² であるとする。

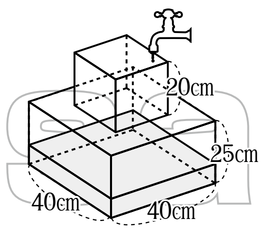


⑴ y を x の式で表しなさい。

⑵ ⑴で求めた式をグラフに表しなさい。

⑶ △BCP の面積が 12 cm² になるのは点 P が頂点 A を出発して何秒後か。

2 底面が一辺 40 cm の正方形で高さが 25 cm の正四角柱の上に，一辺が 20 cm の立方体を重ねた形をした水そうがある。
この水そうが空の状態から，毎分 1 ℓ の割合で水を入れていくとする。水を入れ始めてからの時間を x 分，水そうの底面から水面の高さを y cmとしたとき，次の問いに答えなさい。



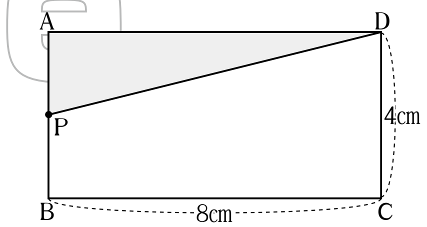
⑴ y を x の式で表しなさい。

⑵ ⑴で求めた式をグラフに表しなさい。

⑶ 水面の高さが 40 cm になるのは水を入れ始めてから何分後か。

Exercise B

1 右の図のような長方形 ABCD の辺上を点 P が移動する。
点 P は頂点 A を出発して，毎秒 1 cm で頂点 B, 頂点 C を通り，頂点 D まで動く。点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の △ADP の面積を y cm² とするとき次の各問いに答えなさい。

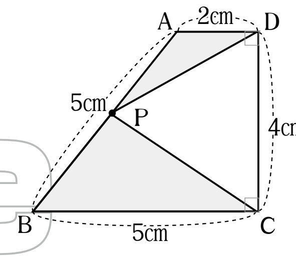


⑴ y を x の式で表しなさい。

⑵ ⑴で求めた式をグラフに表しなさい。

⑶ △ADP の面積が 12 cm² になるのは点 P が頂点 A を出発して何秒後か。

2 右の図のような台形 ABCD の辺上を点 P が移動する。
点 P は頂点 A を出発して，毎秒 0.5 cm で頂点 B, 頂点 C を通り，頂点 D まで動く。点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の △ADP と △BCP の面積の和を y cm² とするとき次の各問いに答えなさい。
ただし，△ADP や △BCP の 3 つの頂点が一直線上に並び三角形を作ることができないときの面積は 0 cm² であるとする。

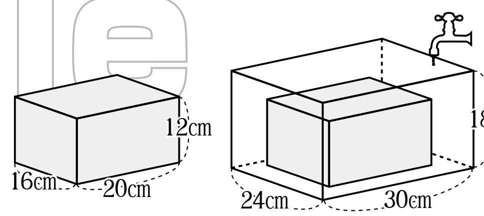


⑴ y を x の式で表しなさい。

⑵ ⑴で求めた式をグラフに表しなさい。

⑶ △ADP と △BCP の面積の和が 7 cm² になるのは点 P が頂点 A を出発して何秒後か。

3 右の図のような直方体の形の石を，直方体の水そうの中においた。石と水そうの各辺の長さは図の通りであるとして，水そうのガラスの厚さは考えなくても良い。
この水そうに毎分 160 mℓ の割合で水を入れていくとする。
水を入れ始めてからの時間を x 分，水そうの底面から水面の高さを y cmとしたとき，次の問いに答えなさい。



⑴ y を x の式で表しなさい。

⑵ ⑴で求めた式をグラフに表しなさい。

⑶ 水そうが満水になるのは水を入れ始めてから何分後か。

3-6 グラフの作図② 傾きから求める S Special

Point!

❗ **時間－距離のグラフ**では，傾き＝$\dfrac{\text{進んだ距離}}{\text{かかった時間}}$＝速さ

❗ **時間－水量のグラフ**では，傾き＝$\dfrac{\text{増えた水量}}{\text{かかった時間}}$＝時間あたりの給水量（給水の速さ）

❗ 方眼がなくてもグラフを図示できるように練習しておこう。
次の点に気を付けてグラフを書く。必ずしもタテとヨコ（y 軸方向と x 軸方向）の縮尺は同じにしなくても良い。
① 原点 O, x 軸，y 軸を書く。
② 変域の両端となる点の座標を書く。

❗ グラフの作図の問題のうち，**速さ・距離・時間の関係**を扱う問題では次の手順で解くと早い。
① 問題を読み解いて，大雑把なグラフを書く。　◀この手順は省略して式を求めても良いが，先に簡単なグラフを書くと理解しやすい。
② グラフをもとに，式を求める。
③ 式をもとにして，要所になる座標を求める。

WarmUp

A 君は午前 8 時ちょうどに家を出発して歩いて家から 1.5 km 離れた学校に向かったが，ゆっくりしすぎていたことに気づいて途中から走って学校に向かったところ，午前 8 時 15 分に学校に到着した。
A 君の歩く速さは分速 60 m で，走る速さは分速 180 m であるとして，次の各問いに答えなさい。

(1) A 君の 8 時 x 分における家からの距離を y m として，A 君が家を出発して学校に到着するまでの範囲で y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をグラフに表しなさい。

(3) A 君が走り始めた時刻を求めなさい。

解説

歩いているとき	分速 60 m ⇒ 傾き 60	午前 8 時ちょうどに家を出発	⇒（0,0）を通る
走っているとき	分速 180 m ⇒ 傾き 180	午前 8 時 15 分に学校に到着	⇒（15,1500）を通る

以上のように整理して，グラフを考えるとグラフは図 1 のようになる。

よって，歩いているときは，
傾きが 60 で原点を通るグラフなので，

$y=60x$ …①

また，走っているときは，
傾きが 180 で（15, 1500）を通るので，

$y-1500=180(x-15)$

整理して，　$y=180x-1200$ …②

①②式を連立方程式として解くと，$(x, y)=(10, 600)$

以上より，(1) $\begin{cases} y=60x & (0 \leqq x < 10) \\ y=180x-1200 & (10 \leqq x \leqq 15) \end{cases}$

図 1

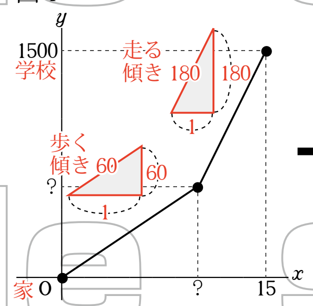
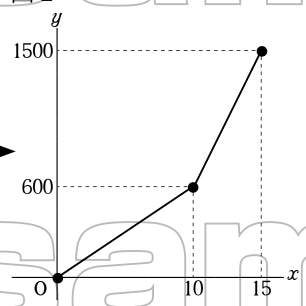


図 2



(2) 図 2　(3) 午前 8 時 10 分

[別解] 方程式を用いて，先に A 君が走り始めた時刻を求めてから，グラフを考えても良い。
歩いた時間を x 分間とすると，走った時間は $15-x$ 分間とおけるので，
$60x+180(15-x)=1500$　これを解いて，$x=10$
歩いた距離＋走った距離＝1500m
よって A 君が歩いた時間は 10 分間なので，A 君が走り始めた時刻は (3) 午前 8 時 10 分 となる。
歩いた距離は，$60 \times 10=600$ なので，（10, 600）を通る。
速さ×時間＝距離
以上より，（0, 0），（10, 600），（15, 1500）を通るグラフを書けば良い。

Try

ある水そうに給水管 A を用いて毎分 $\frac{4}{3}$ ℓ 水を注いだところ，ちょうど 3 時間で満水になった。また満水になった状態から，給水管 A を開いたまま 1 分あたりの排水量が 2 ℓ の排水管 B を用いて水そうが空になるまで排水を行った。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) はじめに給水管 A を用いて給水をはじめてから x 分後の水そうの中の水量を y ℓ として，はじめに水そうに給水を初めてからいったん満水になり，排水を行い再び空になるまでの範囲で y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をグラフに表しなさい。

(3) 水そうに水が 120 ℓ 溜まっているのははじめに給水管 A を用いて給水を始めてから何分後か。すべて求めなさい。

Exercise A

1 山田君と加藤君は学校から 14.4 km 離れた県立競技場に向かうのに，山田君はバスで加藤君は自転車で向かうことにした。
2 人はともに午前 9 時ちょうどに学校を出発し，山田君は学校から分速 60 m で歩いてバス停まで行ったところちょうどバス停にバスが到着したので，バス停で待つことなしに時速 36 km のバスに乗って県立競技場前まで向かうことができた。山田君がバスで県立競技場前に到着したのは 9 時 33 分であった。また加藤君は時速 14.4 km で県立競技場に向かった。
9 時 x 分までに山田君と加藤君が進んだ道のりをそれぞれ y m とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) 山田君と加藤君について，それぞれ y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をそれぞれグラフに表しなさい。

(3) 山田君の乗ったバスが加藤君の自転車を追い抜いた時刻を求めなさい。

2 200 ℓ の容量を持つ水そうに空の状態から満水になるまで水を注ぎたい。はじめ一分間の給水量が 1 ℓ である給水管 A のみを使用して給水していたが，途中から一分間の給水量が 2.5 ℓ である給水管 B も給水管 A と合わせて使用したところ，1 時間 20 分で満水になった。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) はじめに給水管 A を用いて給水をはじめてから x 分後の水そうの中の水量を y ℓ として，水そうが満水になるまでの範囲で y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をグラフに表しなさい。

(3) 水そうに水が 60 ℓ 溜まったのははじめに給水管 A を用いて給水をはじめてから何分後か。

Exercise B

1 兄は10時ちょうどに自宅を出発して1.5 km離れた図書館に分速50 mで歩いて向かった。また弟は兄よりも遅れて自宅を出発し，分速200 mで自転車で図書館に向かったところ，途中で兄を追い抜いて兄よりも10分だけ早く図書館に着いた。
10時 x 分までに兄と弟が進んだ道のりをそれぞれ y mとするとき，次の問いに答えなさい。

(1) 兄と弟について，それぞれ y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をそれぞれグラフに表しなさい。

(3) 弟が自宅を出発したのは10時何分何秒のときか答えなさい。

(4) 弟の自転車が兄を追い抜いたのは10時何分何秒のときか答えなさい。

2 容量が300 ℓ の水そうに水が満水の状態で溜まっている。この水そうから，排水管を開けて毎分30 ℓ で排水を行い，水そうが空になった時点で排水管を閉め，給水管を開け再び満水になるまで毎分20 ℓ で給水を行う。
さらに満水になった時点で今度は給水を止めて排水に切り替えるというように，給水と排水を繰り返していく。
ただし，排水や給水のペースは一定で，常に排水は毎分30 ℓ で給水は毎分20 ℓ であるとする。
はじめに排水を始めてから x 分後の水そうの中の水量を y ℓ として，次の問いに答えなさい。

(1) はじめに排水を始めてから3回めに水そうが空になるまでの範囲で，y を x の式で表しなさい。

(2) (1)で求めた式をグラフに表しなさい。

(3) はじめて水そうの中の水量が200 ℓ になるのは，はじめに排水を始めてから何分何秒後か。

(4) 3回目に水そうの中の水量が200 ℓ になるのは，はじめに排水を始めてから何分何秒後か。

(5) 5回目に水そうの中の水量が200 ℓ になるのは，はじめに排水を始めてから何分何秒後か。

3 一次関数

グラフの読み取り

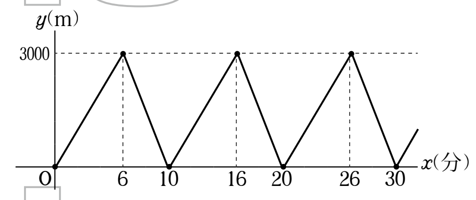
Point!

数学達人の極意　計算ミスをしたくないなら，図形的に解けばいいんじゃない？ by Marie Antoinette

❗ 速さ $=\dfrac{\text{距離}}{\text{時間}}=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=$ 変化の割合（傾き）

WarmUp

自転車部の鈴木君は，3 km離れた地点Aと地点Bを自転車で何度も往復して訓練する。右のグラフは，鈴木君がはじめにA地点を出発してからの時間を x 分，A地点からの距離を y mとして，鈴木君がAB間を往復する様子を表している。
なお，地点Aから地点Bは上り坂になっていて，地点Bから地点Aまでは下り坂になっている。



(1) 鈴木君の自転車の上りのときと，下りのときの速さは分速何mになるか答えなさい。

(2) 鈴木君が最初に3往復するまでの範囲で，y を x の式で表しなさい。

(3) 山田君は，はじめに鈴木君がA点を自転車で出発するのと同時に走ってB点に向けて出発したところ，B点に着くまでに鈴木君と何度かすれ違った。
山田君の歩く速さが分速150 mであるとして，山田が鈴木君と最後にすれ違ったのは2人がA地点を出発してから何分何秒か。

解説

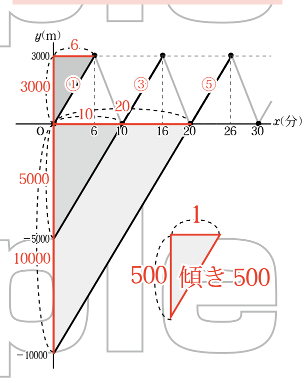
グラフが与えられた問題では，図形的にとらえることで簡単に問題を解くことができる場合が多い。

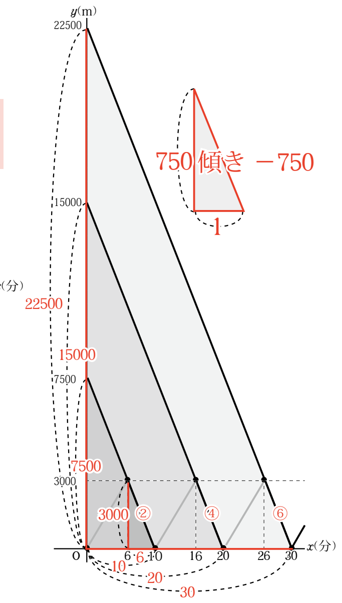
(1) 3000 mの距離を，上りでは6分で，
下りでは4分で進んでいるので，
$\dfrac{3000}{6}=500$，　$\dfrac{3000}{4}=750$
よって，
上り　分速500 m　下り　分速750 m

(2) 傾きが速さになるので，
(1)より上りの傾きは500で，下りは -750 になる。
また，右図のように延長し考えて，切片を求める。

$$\begin{cases} y=500x & (0\leqq x<6) & ◀① \\ y=-750x+7500 & (6\leqq x<10) & ◀② \\ y=500x-5000 & (10\leqq x<16) & ◀③ \\ y=-750x+15000 & (16\leqq x<20) & ◀④ \\ y=500x-10000 & (20\leqq x<26) & ◀⑤ \\ y=-750x+22500 & (26\leqq x\leqq 30) & ◀⑥ \end{cases}$$

切片が規則的に変化していることに気付けると良い。





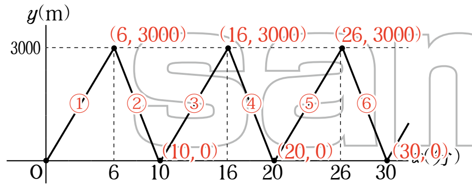
3 一次関数

(2) [別解]

通る点の座標から計算してもよい。

右図の①の直線は，原点を通り傾きが 500 なので，

$y=500x$ $(0\leqq x<6)$



計算での求め方を忘れた生徒は「3-1 直線の式①」を振り返ろう。
どちらの方法でも求められるようにしておこう。

②の直線は，(10, 0) を通り傾きが -750 なので，

$y-0=-750(x-10)$ より，$y=-750x+7500$ $(6\leqq x<10)$

③の直線は，(10, 0) を通り傾きが 500 なので，

$y-0=500(x-10)$ より，$y=500x-5000$ $(10\leqq x<16)$

④の直線は，(20, 0) を通り傾きが -750 なので，

$y-0=-750(x-20)$ より，$y=-750x+15000$ $(16\leqq x<20)$

⑤の直線は，(20, 0) を通り傾きが 500 なので，

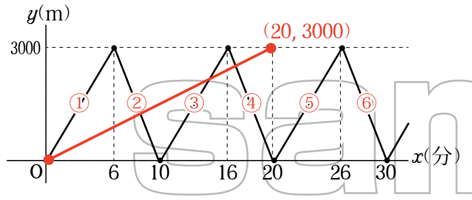
$y-0=500(x-20)$ より，$y=500x-10000$ $(20\leqq x<26)$

⑥の直線は，(30, 0) を通り傾きが -750 なので，

$y-0=-750(x-30)$ より，$y=-750x+22500$ $(26\leqq x\leqq 30)$

(3) 山田君が分速 150 m で 3000 m の道のりを進むのに，

20 分かかる。$(\underset{\text{距離}}{3000}\div\underset{\text{速さ}}{150}=\underset{\text{時間}}{20})$



よって，山田君の A 地点からの距離と時間をグラフに表すと右図のようになり，グラフ②③④のときに鈴木君とすれ違うことがわかる。

山田君のグラフは原点を通り傾きが 150 なので，

式に表すと，$y=150x$　となる。

最後に鈴木君とすれ違うのは，④式のときなので，

$$\begin{cases} y=150x \\ y=-750x+15000 \end{cases}$$ より

これを解いて，$(x, y)=\left(\dfrac{50}{3}, 2500\right)$

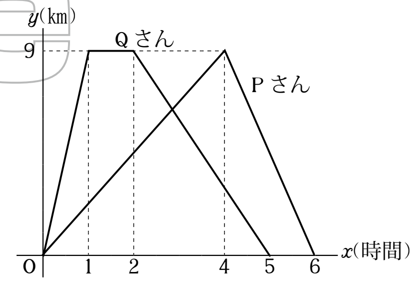
つまり，$\dfrac{50}{3}$ 分後に 2500 m の地点ですれ違う。

$\dfrac{50}{3}$ 分 $=16\dfrac{2}{3}$ 分　◀ 帯分数に直すと計算しやすくなる。

　　$=$ 16 分 40 秒

Try

右のグラフは 9 km 離れた A 地点と B 地点を，P さんと Q さんが同時に A 地点を出発して往復した様子を示したものである。
2 人が A 地点を出発してからの時間を x 時間，A 地点からの距離を y として次の各問いに答えなさい。



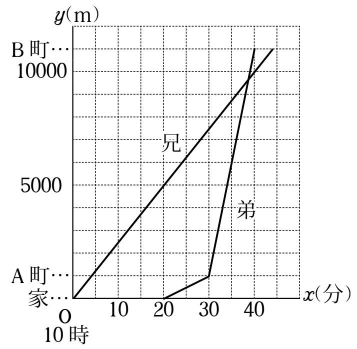
(1) P さんが A 地点を出発してから，A 地点に戻ってくるまでの，x と y の関係式を求めなさい。

(2) Q さんが A 地点を出発してから，A 地点に戻ってくるまでの，x と y の関係式を求めなさい。

(3) P さんは B 地点に向かう途中で，B 地点から A 地点に戻ってくる Q さんとすれ違っている。A 地点から何 km の地点ですれ違ったか求めなさい。

Exercise A

1 兄は 10 時ちょうどに家を出発し，自転車で B 町に向かった。
弟は 10 時 20 分に家を出発し，A 町までは走って A 町から B 町まではバスで行った。右のグラフは 10 時 x 分における家からの距離を y m として，兄と弟の x と y の関係を表したものである。

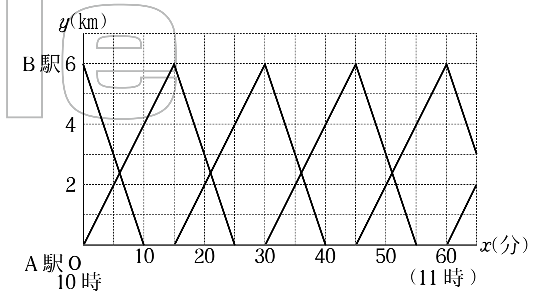


(1) 兄が家を出発してから B 町に着くまでのようすを表したグラフの式を求めなさい。

(2) 弟が家を出発してから B 町に着くまでのようすを表したグラフの式を求めなさい。

(3) 弟が兄に追い抜いたのは，10 時何分何秒のときか求めなさい。

2 A 駅と B 駅を結ぶ 6 km のバスの路線を，バスが定期的に運行している。右のグラフは 10 時から 11 時までの運行の様子をグラフにしたのもである。
また P さんは 10 時 5 分に自転車にのって A 駅を出発し，バスの路線と同じ道を通って時速 8 km の速さで B 駅に向かった。このとき，次の問いに答えなさい。



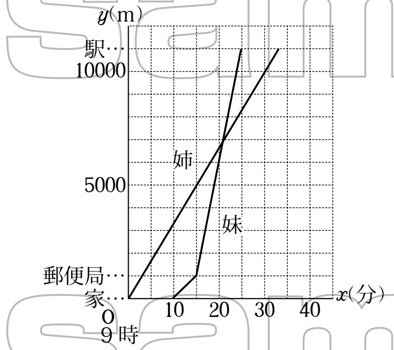
(1) 10 時に B 駅から A 駅に向かうバスと，10 時に A 駅から B 駅に向かうバスがすれ違う時刻を答えなさい。

(2) P さんが B 駅に到着するまでに，往復するバスと合計で何回すれ違うか答えなさい。

(3) P さんが A 駅から B 駅に向かうバスに 2 回目に追い抜かれる時刻は何時何分何秒か答えなさい。

Exercise B

1 姉は9時ちょうどに家を出発し，時速20kmの自転車で駅に向かった。また妹は9時10分に家を出発し，郵便局までは走って，郵便局からバスに乗り換えて駅には9時25分に到着した。右のグラフは9時 x 分における家からの距離を y mとして，姉と妹の x と y の関係を表したものである。

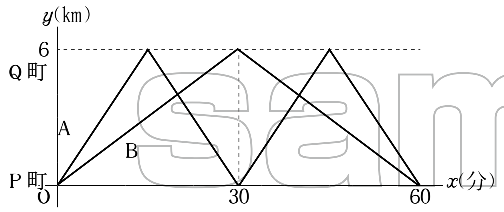


(1) 姉が家を出発してから駅に着くまでのようすを表したグラフの式を求めなさい。

(2) 妹が家を出発してから駅に着くまでのようすを表したグラフの式を求めなさい。

(3) 妹が姉を追い抜いた時刻を求めなさい。

2 P町と6 km離れたQ町がある。AさんとBさんは同時にP町を出発して，AさんはP町とQ町の間を自転車で2往復し，Bさんは走って1往復する。右のグラフは2人の出発してからの時間とP町からの距離を表している。次の問いに答えなさい。



(1) Aさんの自転車の速さは時速何kmか。

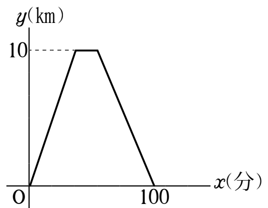
(2) AさんとBさんは2回すれ違っている。初めにすれ違ったのは2人がP町を出発して何分後か求めなさい。

(3) 2人P町を出発してから x 分後のAさんとBさんの間の距離を y kmとするとき，x と y の関係を式で表し，そのグラフを書きなさい。

3 山田君は自転車でA町から10 kmはなれたB町まで毎時15 kmの速さで行き，そこで休憩をとり，時速12 kmの速さでA町まで戻ったところ，A町を出発してから1時間40分後にA町に戻ることができた。右のグラフは山田君A町を出発して x 分後の，山田君のA町からの距離を y kmとしてグラフに表したものである。

また，加藤君は山田君がA町を出発するのと同時に時速3 kmでB町を出発してA町に向かったところ，A町に着くまでに山田君と2回すれ違った。

このとき，次の問いに答えなさい。



(1) 山田君がB町で休憩していたのは何分間か。

(2) 山田君と加藤君がすれ違った時刻は2人が出発してから何分後か，2回とも求めなさい。

線分の長さ①

Point!

❶ $y=ax+b$ 上の点Aの x 座標を t としたとき，Aの座標は $(t,\ at+b)$ とおける。

例　$y=2x+3$ 上の点Aの x 座標を t としたとき，Aの座標は $(t,\ 2t+3)$ とおける。

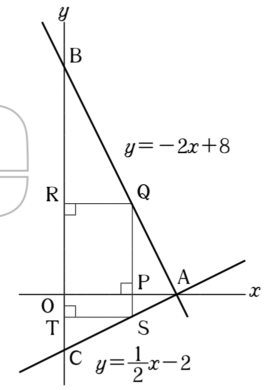
❷ x 軸または y 軸と平行な線分ABの長さは座標の差によって求められる。

例1　A(5, −2), B(5, 7)　⇒　線分AB＝$7-(-2)$＝9

例2　A(t, $2t+3$), B(t, $t+4$)　ただし $2t+3>t+4$ のとき　⇒　線分AB＝$(2t+3)-(t+4)=t-1$

WarmUp

右の図のように直線 $y=-2x+8$ が x 軸，y 軸とそれぞれ点A, Bで交わり，直線 $y=\frac{1}{2}x-2$ が x 軸，y 軸とそれぞれ点A, Cで交わっている。
点Qが線分AB上に，点Sが線分AC上にあり，四角形QRTSが長方形である。
点Pは線分QSと x 軸との交点であるとする。
点Pの x 座標を t とするとき，次の問いに答えなさい。



(1) P, Q, R, S, Tの座標をそれぞれ t を用いて表しなさい。

(2) 線分OP, PQ, PS, QSの長さをそれぞれ t を用いて表しなさい。

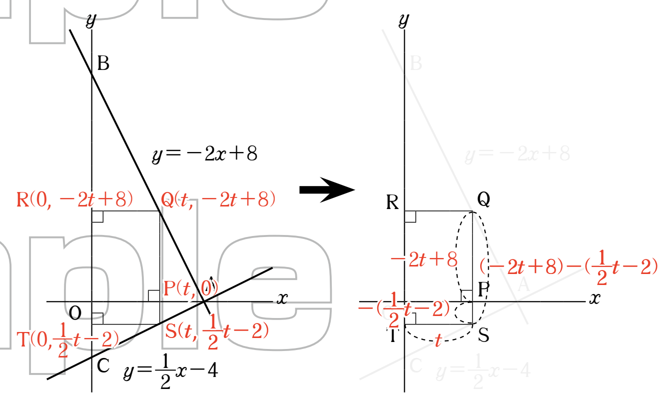
(3) PQ=5となるとき，点Qの座標を求めなさい。

(4) 四角形OPQRが正方形になるとき，点Qの座標を求めなさい。

解説

(1) 点Pと点Qと点Sは x 座標が等しく，
点Qと点Rは y 座標が等しいので，
P(t, 0), Q(t, $-2t+8$), R(0, $-2t+8$),
S(t, $\frac{1}{2}t-2$), T(0, $\frac{1}{2}t-2$)

(2) 点S, 点Tの y 座標は負の値をとることに注意する。
OP$=t$, PQ$=-2t+8$
PS$=-(\frac{1}{2}t-2)=-\frac{1}{2}t+2$
QS$=(-2t+8)-(\frac{1}{2}t-2)=-\frac{5}{2}t+10$



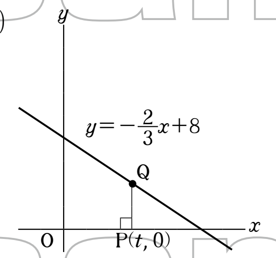
(3) PQ=5
$-2t+8=5$
$t=\frac{3}{2}$　よって，Q(t, $-2t+8$)=($\frac{3}{2}$, 5)

(4) OP=PQ
$t=-2t+8$
$t=\frac{8}{3}$　よって，Q(t, $-2t+8$)=($\frac{8}{3}$, $\frac{8}{3}$)

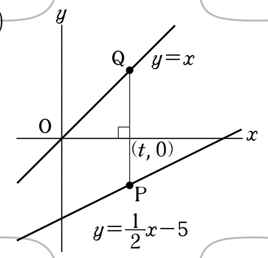
Try

1 次の各図において，線分 PQ の長さが次のとき，t の値を求めなさい。（点 Q は点 P より上にあるとする。）

(1) PQ＝4

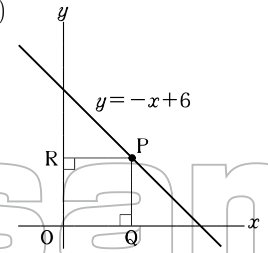


(2) PQ＝8

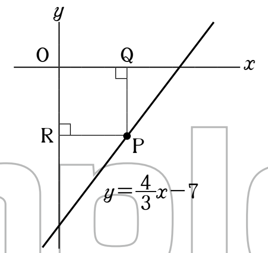


2 次の各図において，四角形 OQPR または四角形 PQRS が正方形になるとき P の座標を求めなさい。

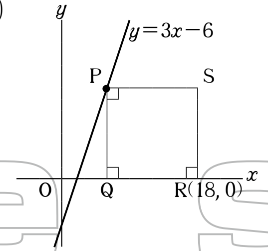
(1)



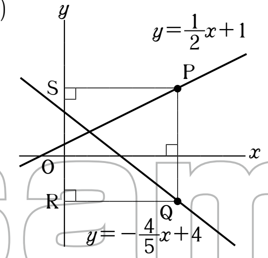
(2)



(3)



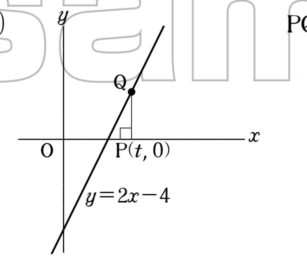
(4)



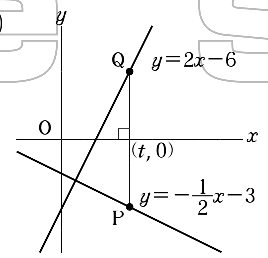
Exercise A

1 次の各図において，線分 PQ の長さが次のとき，t の値を求めなさい。（点 Q は点 P より上にあるとする。）

(1) PQ＝2

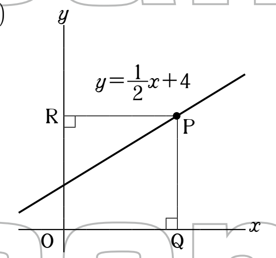


(2) PQ＝12

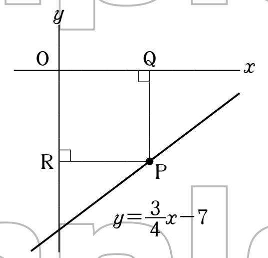


2 次の各図において，四角形 OQPR または四角形 PQRS が正方形になるとき P の座標を求めなさい。

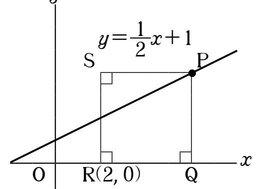
(1)



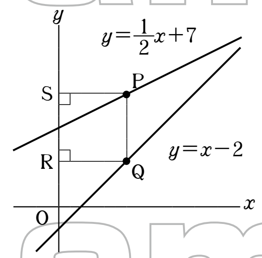
(2)



(3)



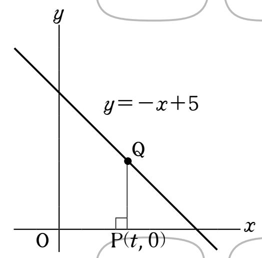
(4)



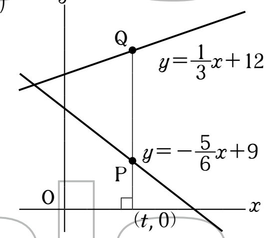
Exercise B

1 次の各図において，線分 PQ の長さが次のとき，t の値を求めなさい。（点 Q は点 P より上にあるとする。）

(1) PQ＝2

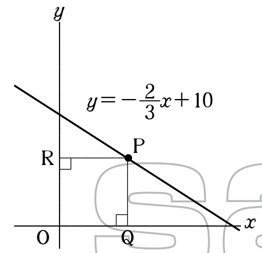


(2) PQ＝12

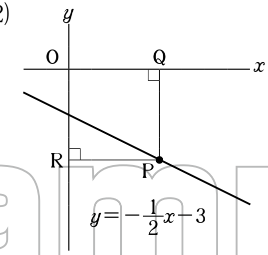


2 次の各図において，四角形 OQPR または四角形 PQRS が正方形になるとき P の座標を求めなさい。

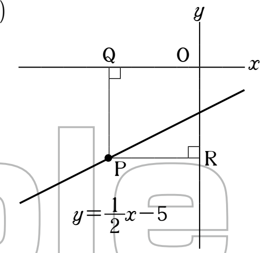
(1)



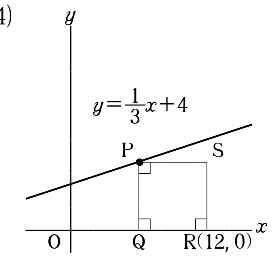
(2)



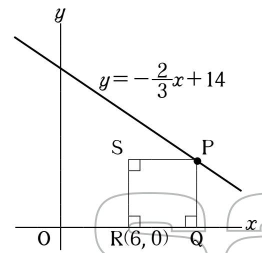
(3)



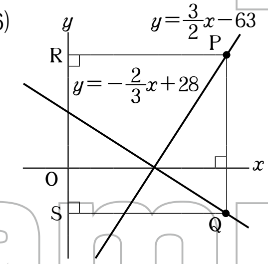
(4)



(5)

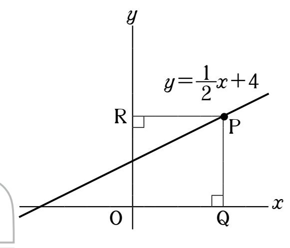


(6)



3 直線 $y=\frac{1}{2}x+4$ の上に点 P をとり，点 P から x 軸と y 軸にそれぞれ垂線を下ろした。x 軸と y 軸に下ろした垂線と，x 軸，y 軸との交点をそれぞれ点 Q, R とする。

このようにして四角形 OQPR を作るとき，四角形 OQPR が正方形になるような点 P の座標の取り方は 2 つある。四角形 OQPR が正方形になるような点 P の座標を 2 つとも求めなさい。



SSSugaku+

3-9 平行線と面積

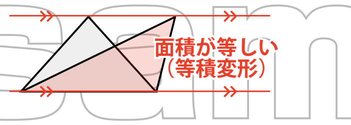
S Special

Point!

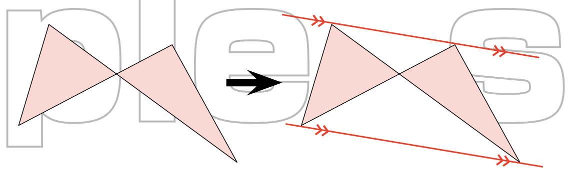
❗ 平行な直線の傾きは等しい。

❗ 底辺と高さの等しい２つの三角形の面積は等しい。

逆に，以下の例で色のついた三角形の面積が等しければ，頂点を結んで図示の通りに平行線を引ける。



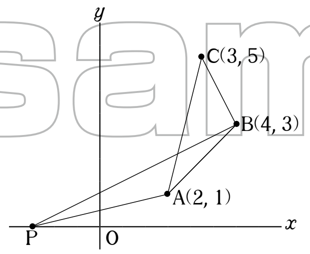
例



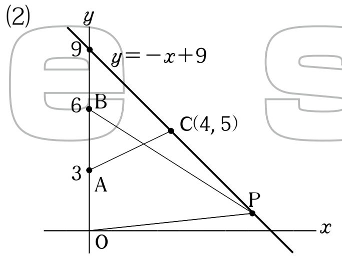
WarmUp

次の各図において，点 P の座標を求めなさい。

(1) ただし，△ABC＝△ABP



(2) ただし，△OBP＝四角形OACP



解説

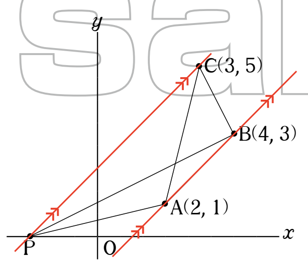
(1) 右図のように平行線を引いて考える。

AB の傾きは 1 だから，PC の傾きも 1 になる。

よって，直線 PC は傾きが 1 で点 C(3, 5) を通る直線なので，

$y-5=x-3$ より $y=x+2$

x 軸との交点を求めて，(−2, 0) ◀ $y=x+2$ に $y=0$ を代入して計算する。



(2) 右図のように平行線を引いて考える。

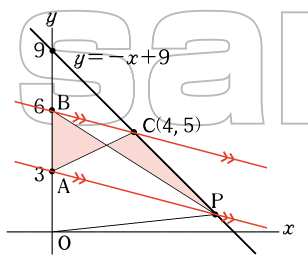
（色のついた三角形の面積が等しいことに注目すると分かりやすい。）

BC の傾きは $-\frac{1}{4}$ だから，AP の傾きも $-\frac{1}{4}$ になる。

よって，直線 AP は傾きが $-\frac{1}{4}$ で切片が 3 である直線なので，

$y=-\frac{1}{4}x+3$

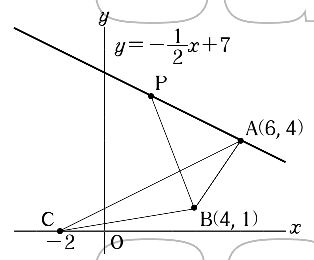
直線 $y=-x+9$ との交点を求めて，(8, 1) ◀ 連立方程式として解く。



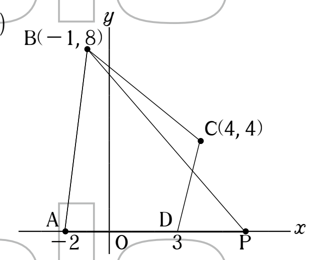
Try

1 次の各図において，点 P の座標を求めなさい。

(1) ただし，△ABC＝△ABP



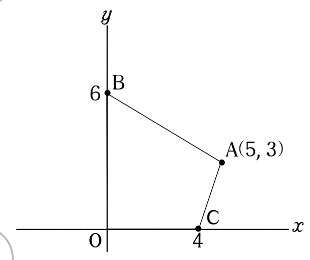
(2) ただし，△ABP＝四角形ABCD



2 右の図において，次の問いにそれぞれ答えなさい。

(1) x 軸上に点 P をとったところ，四角形 OBAC の面積と △OBP の面積が等しくなった。このような点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は正であるとする。

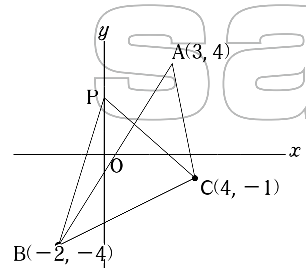
(2) 点 B を通り，四角形 OBAC の面積を二等分する直線の式を求めなさい。



Exercise A

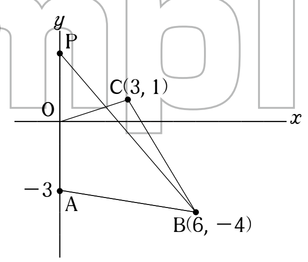
1 次の各図において，点 P の座標を求めなさい。

(1)



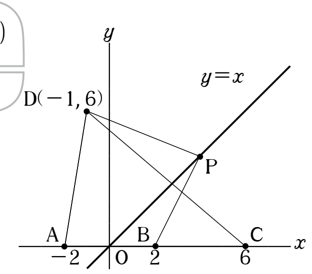
ただし，△ABC＝△BCP

(2)



ただし，△ABP＝四角形OABC

(3)

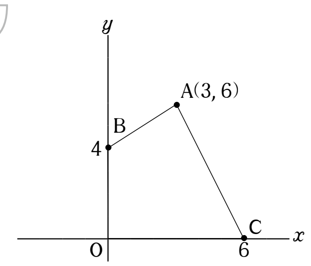


ただし，△ACD＝四角形ABPD

2 右の図において，次の問いにそれぞれ答えなさい。

(1) 点 A を通り，四角形 OBAC の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

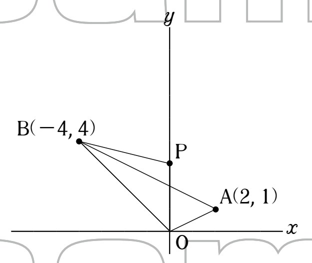
(2) 点 C を通り，四角形 OBAC の面積を二等分する直線の式を求めなさい。



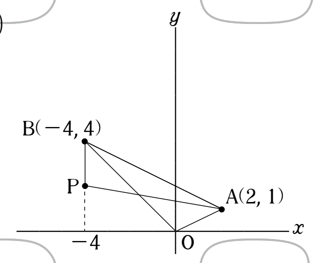
Exercise B

1 次の各図において，点 P の座標を求めなさい。

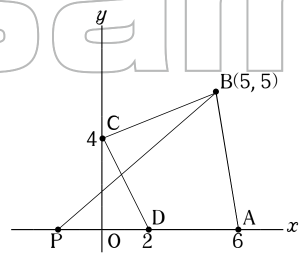
(1) ただし，△OAB＝△OBP



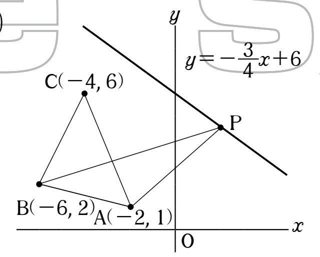
(2) ただし，△OAB＝△ABP



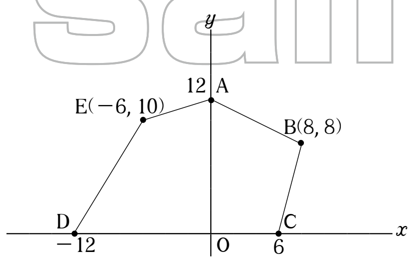
(3) ただし，△ABP＝四角形ABCD



(4) ただし，△ABC＝△ABP



2 右の図において，点 A を通り五角形 ABCDE の面積を二等分する直線の式を求めなさい。



3-10 線分の長さ②

Point!

❗ $y=ax+b$ 上の点 A の x 座標を t で表したとき，y 座標も t を用いて表せる。

例　$y=2x+3$ 上の点 A の x 座標が $t-3$ とおけるとき，x に $t-3$ を代入し，

$y=2(t-3)+3$ これを y について解き，$y=2t-3$ より A$(t-3, 2t-3)$ となる。

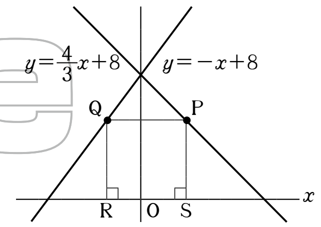
❗ $y=ax+b$ 上の点 A の y 座標を t で表したとき，x 座標も t を用いて表せる。

例　$y=2x+3$ 上の点 A の y 座標が $t-3$ とおけるとき，y に $t-3$ を代入し，

$t-3=2x+3$ これを x について解き，$x=\frac{1}{2}t-3$ より A$(\frac{1}{2}t-3, t-3)$ となる。

WarmUp

右の図のように，直線 $y=-x+8$ 上に点 P，直線 $y=\frac{4}{3}x+8$ 上に点 Q，x 軸上に点 R, S をとったところ，四角形 PQRS が正方形になった。このとき，点 P の座標を次の 2 通りの方法で求めたい。ただし点 P の x 座標は正であるとする。



(1) 点 P の x 座標を t として，次の問いに答えなさい。

① 点 P, Q の座標をそれぞれ t を用いて表しなさい。

② ①の結果を利用して，点 P の座標を求めなさい。

(2) 点 P の y 座標を t として，次の問いに答えなさい。

① 点 P, Q の座標をそれぞれ t を用いて表しなさい。

② ①の結果を利用して，点 P の座標を求めなさい。

解説

どれか一つの点の x 座標か y 座標を t と置き，必要な点の座標を t で表す練習をしよう。

(1) ① P$(t, -t+8)$

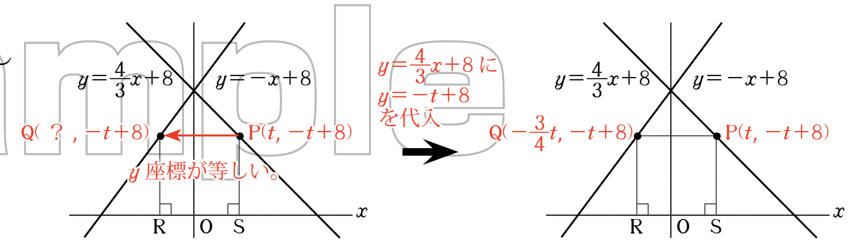
点 Q は点 P と y 座標が等しいので，$y=\frac{4}{3}x+8$ に $y=-t+8$ を代入し，

$$-t+8=\frac{4}{3}x+8$$

$$-t=\frac{4}{3}x$$

$$x=-\frac{3}{4}t$$

よって，Q$(-\frac{3}{4}t, -t+8)$



② ①より，PS$=-t+8$, PQ$=t-(-\frac{3}{4}t)=\frac{7}{4}t$

PS＝PQ

$$-t+8=\frac{7}{4}t$$

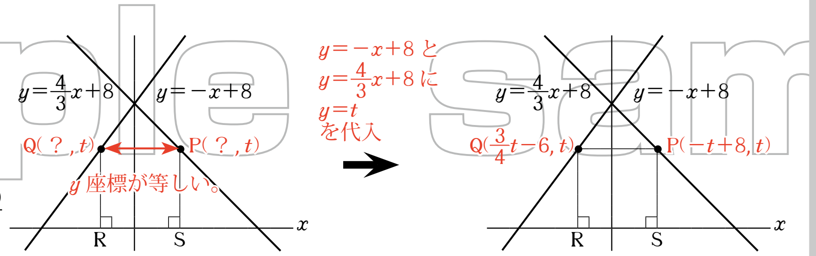
$$t=\frac{32}{11}$$

よって，P$(t, -t+8)=(\frac{32}{11}, \frac{56}{11})$

(2) ① 点 P, 点 Q の y 座標はともに t になるので，$y=-x+8$ に $y=t$ を代入し

$t=-x+8$

$x=-t+8$　よって，$\underline{\mathrm{P}(-t+8,\ t)}$



$y=\frac{4}{3}x+8$ に $y=t$ を代入し

$t=\frac{4}{3}x+8$

$\frac{4}{3}x=t-8$

$x=\frac{3}{4}t-6$　よって，$\underline{\mathrm{Q}\left(\frac{3}{4}t-6,\ t\right)}$

② ①より，PS$=t$, PQ$=(-t+8)-\left(\frac{3}{4}t-6\right)=-\frac{7}{4}t+14$

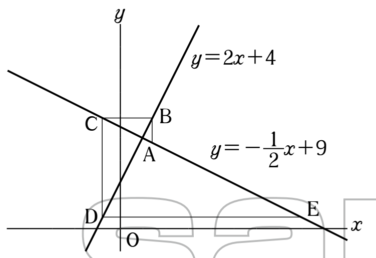
PS＝PQ

$t=-\frac{7}{4}t+14$

$t=\frac{56}{11}$　　よって，$\mathrm{P}(-t+8,\ t)=\underline{\left(\frac{32}{11},\ \frac{56}{11}\right)}$

Try

最初に，直線 $y=-\frac{1}{2}x+9$ 上に点 A をとる。
次に，直線 $y=2x+4$ 上に点 A と x 座標の等しい点 B をとる。
次に，直線 $y=-\frac{1}{2}x+9$ 上に点 B と y 座標の等しい点 C をとる。
次に，直線 $y=2x+4$ 上に点 C と x 座標の等しい点 D をとる。
次に，直線 $y=-\frac{1}{2}x+9$ 上に点 D と y 座標の等しい点 E をとる。
以上のように点 A, B, C, D, E をとったとき，次の各問いに答えなさい。



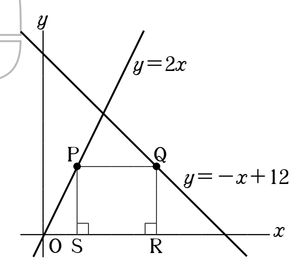
(1) 点 A の x 座標が 4 のとき，点 A, B, C, D, E の座標をそれぞれ求めなさい。

(2) 点 A の x 座標を t とおくとき，点 A, B, C, D, E の座標を t を用いて表しなさい。

(3) 線分 DE の長さが 80 になるように点 A をとりたい。このとき点 A の x 座標を求めなさい。
ただし，点 A は図のように 2 直線 $y=-\frac{1}{2}x+9$, $y=2x+4$ の交点よりも右側にあるものとする。

Exercise A

1 右の図のように直線 $y=2x$ 上に点 P, 直線 $y=-x+12$ 上に点 Q をとり，x 軸上に点 R, S をとって長方形 PQRS をつくった。
このとき，次の問いに答えなさい。
ただし，点 Q は点 P よりも右側にあるものとする。

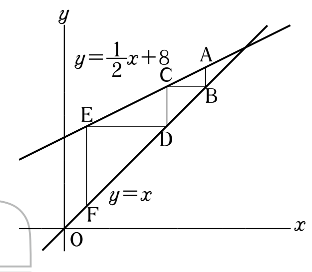


(1) 点 P の x 座標が 1 であるとき，点 Q の座標を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標を t とおくとき，点 Q の座標を t を用いて表しなさい。

(3) 長方形 PQRS が正方形になるときの点 P の座標を求めなさい。

2 最初に，直線 $y=\frac{1}{2}x+8$ 上に点 A をとる。
次に，直線 $y=x$ 上に点 A と x 座標の等しい点 B をとる。
次に，直線 $y=\frac{1}{2}x+8$ 上に点 B と y 座標の等しい点 C をとる。
次に，直線 $y=x$ 上に点 C と x 座標の等しい点 D をとる。
次に，直線 $y=\frac{1}{2}x+8$ 上に点 D と y 座標の等しい点 E をとる。
次に，直線 $y=x$ 上に点 E と x 座標の等しい点 F をとる。
以上のように点 A, B, C, D, E, F をとったとき，次の各問いに答えなさい。



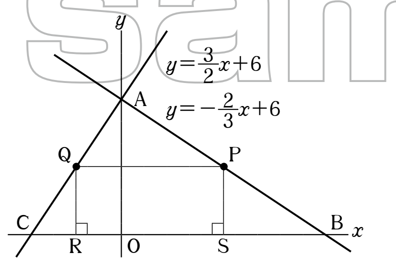
(1) 点 A の x 座標が 15 のとき，点 A, B, C, D, E, F の座標をそれぞれ求めなさい。

(2) 点 A の x 座標を t とおくとき，点 A, B, C, D, E, F の座標を t を用いて表しなさい。

(3) 点 F が原点と重なるときの点 A の x 座標を求めなさい。

Exercise B

1 右の図のように直線 $y=-\frac{2}{3}x+6$ と直線 $y=\frac{3}{2}x+6$ が y 軸上の点 A で交わっている。また点 B と点 C はそれぞれ直線 $y=-\frac{2}{3}x+6$ と直線 $y=\frac{3}{2}x+6$ が x 軸と交わる点である。
また，直線 $y=-\frac{2}{3}x+6$ 上に点 P, 直線 $y=\frac{3}{2}x+6$ 上に点 Q をとり，x 軸上に点 R, S をとって長方形 PQRS をつくった。このとき，次の問いに答えなさい。
ただし，点 P の x 座標と y 座標はともに正であるとする。

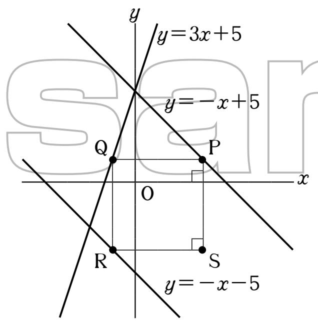


(1) 点 P の x 座標が 3 であるとき，線分 PQ の長さを求めなさい。

(2) 点 P の x 座標を t とおくとき，線分 PQ の長さを t を用いて表しなさい。

(3) 長方形 PQRS が正方形になるとき，線分 PQ の長さを求めなさい。

2 右の図のように四角形 PQRS は各辺が x 軸や y 軸に平行な長方形になっている。
ただし，点 P の x 座標と y 座標はともに正であり，点 P は直線 $y=-x+5$ 上の点で，点 Q は直線 $y=3x+5$ 上の点，点 R は直線 $y=-x-5$ 上の点であるとする。このとき，次の各問いに答えなさい。

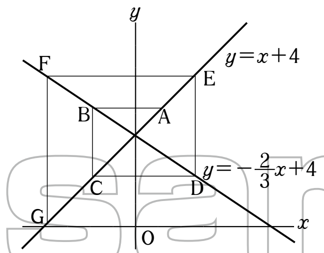


(1) 点 P の x 座標が 4 であるとき，点 P, Q, R, S の座標を求めなさい。

(2) 点 P の x 座標を t とおくとき，点 P, Q, R, S の座標を t を用いて表しなさい。

(3) 長方形 PQRS が正方形になるときの点 P の x 座標を求めなさい。

3 最初に，直線 $y=x+4$ 上に点 A をとる。
次に，直線 $y=-\frac{2}{3}x+4$ 上に点 A と y 座標の等しい点 B をとる。
次に，直線 $y=x+4$ 上に点 B と x 座標の等しい点 C をとる。
次に，直線 $y=-\frac{2}{3}x+4$ 上に点 C と y 座標の等しい点 D をとる。
次に，直線 $y=x+4$ 上に点 D と x 座標の等しい点 E をとる。
次に，直線 $y=-\frac{2}{3}x+4$ 上に点 E と y 座標の等しい点 F をとる。
次に，直線 $y=x+4$ 上に点 F と x 座標の等しい点 G をとる。
以上のように点 A から点 G をとったとき，次の各問いに答えなさい。



(1) 点 A の x 座標が 1 のとき，点 A, B, C, D, E, F, G の座標をそれぞれ求めなさい。

(2) 点 A の x 座標を t とおくとき，点 A, B, C, D, E, F, G の座標を t を用いて表しなさい。

(3) AB : EF の長さの比をもっとも簡単な整数を用いて表しなさい。

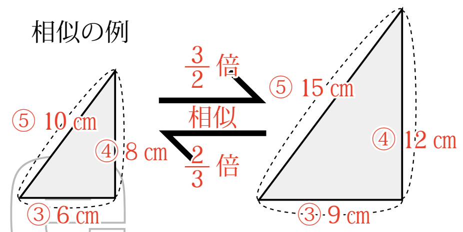
(4) BC : FG の長さの比をもっとも簡単な整数を用いて表しなさい。

相似の利用①

Point!

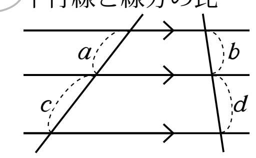
! 同じ形をした 2 つの図形の関係を<u>相似（そうじ）</u>であるという。
拡大図や**縮図**は相似な図形である。
相似な図形の対応する辺の長さの比はすべて等しい。（<u>相似比（そうじひ）</u>）
例　右図において，
6 cm : 9 cm ＝8 cm : 12 cm ＝10 cm : 15 cm ＝<u>2 : 3</u>

相似の例

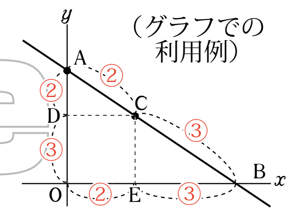


! 平行線によって，線分は一定の比に分けられる。
右中図において，　<u>$a : c=b : d$</u>
一次関数の問題でも，**相似や平行線と線分の比**を利用すると簡単に解ける場合がある。
（※「相似」や「平行線と線分の比」については中 3 図形単元で詳しく学習する。）

平行線と線分の比

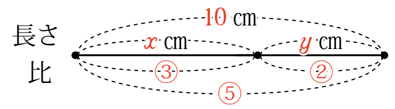


（グラフでの利用例）



! 比の計算は分数のかけ算を用いる。
右図において，　<u>$x=10\times\frac{3}{5}=6$</u>，<u>$y=10\times\frac{2}{5}=4$</u>

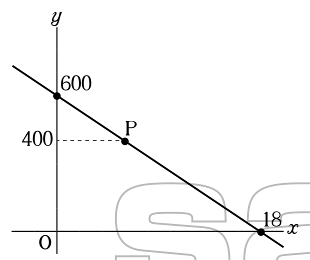
比の計算



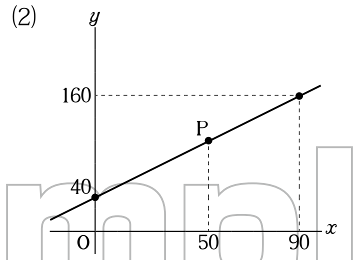
WarmUp

次の各図において，点 P の座標を求めなさい。

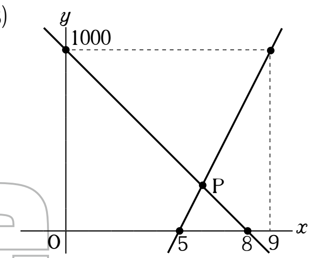
(1)



(2)

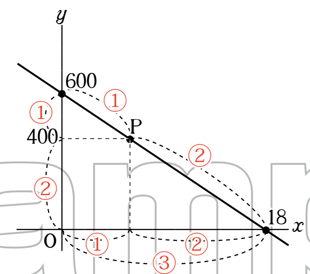


(3)



解説

(1) 右図のように考えて，
点 P の x 座標を求める。
$18\times\frac{1}{3}=6$
よって，<u>P(6, 400)</u>

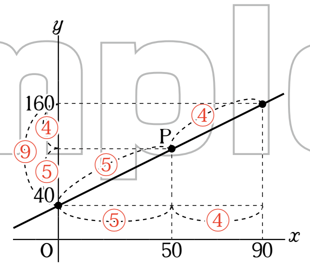


［別解］直線の式を求め，　$y=-\frac{100}{3}x+600$
$y=400$ を代入し，　$400=-\frac{100}{3}x+600$
x について整理して，$x=6$
よって，<u>P(6, 400)</u>

(2) 右図のように考えて，点Pのy座標を求める。

$40+120\times\frac{5}{9}=\frac{320}{3}$

よって，$P\left(50,\ \frac{320}{3}\right)$



［別解］ 直線の式を求め，$y=\frac{4}{3}x+40$

$x=50$ を代入し，$y=\frac{4}{3}\times 50+40$

y について整理して，$y=\frac{320}{3}$

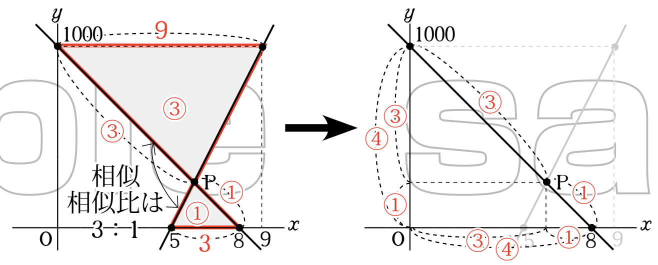
よって，$P\left(50,\ \frac{320}{3}\right)$

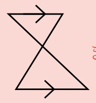
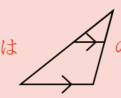
(3) 右図のように考えて，

点Pの x 座標は，$8\times\frac{3}{4}=6$

点Pの y 座標は，$1000\times\frac{1}{4}=250$

よって，P(6, 250)



 または  のタイプの相似はよく利用します。覚えておこう。

［別解］ 2つの直線の式を求めると，

$$\begin{cases} y=-125x+1000 \\ y=250x-1250 \end{cases}$$

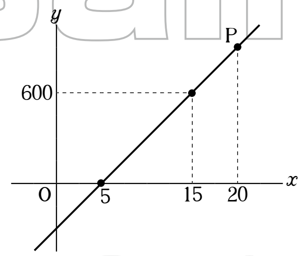
これを連立方程式として解いて，P(6, 250)

［別解］の方が標準的な解法であるが，直線の式を求めた上で連立方程式を解かなければならないため，手間がかかり計算ミスをしやすくなってしまう。

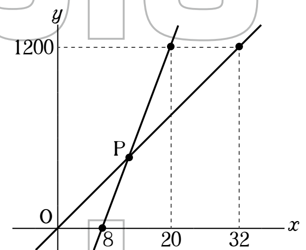
Try

1 次の各図において，点Pの座標を求めなさい。

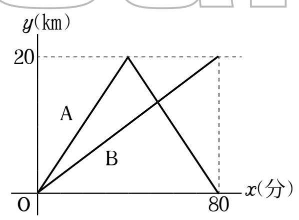
(1)



(2)



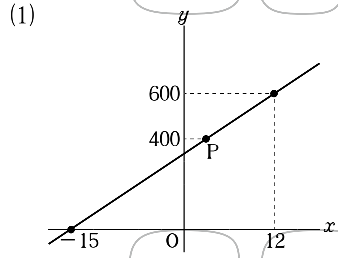
2 AさんはP町を出発して，20 km 離れたQ町との間を80分かけて自転車で往復する。またBさんはAさんと同時にP町を出発して，Q町まで80分かけてランニングで行く。右のグラフは2人がP町を出発してからの時間と，2人のP町からの距離の関係を表したものである。
Q町に向かうBさんが，Q町からP町に戻ってくるAさんとすれ違ったのは，2人がP町を出発してから何分何秒後か答えなさい。ただし，AさんとBさんの移動する速さはそれぞれ一定であるものとする。



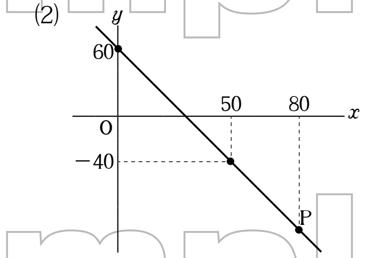
Exercise A

1 次の各図において，点Pの座標を求めなさい。

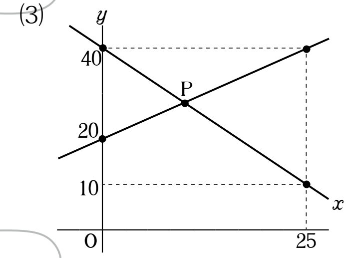
(1)



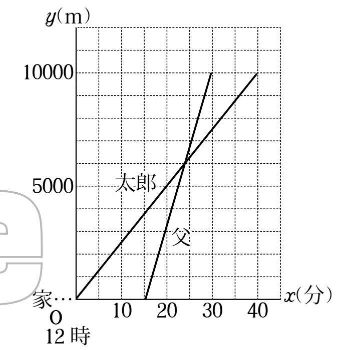
(2)



(3)



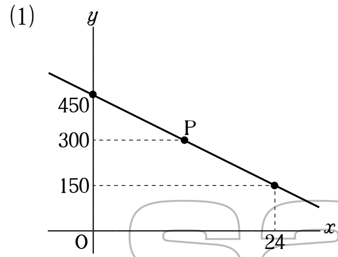
2 太郎は12時ちょうどに自転車で駅に向かって出発し，12時40分に家から10 km 離れた駅に着いた。太郎の父は12時15分に太郎の忘れ物に気付いて車で駅へと向かって，途中で太郎を追い抜いたことに気付かずに12時30分に駅に着いた。
右のグラフは，太郎と太郎の父の12時 x 分における家からの距離を y mとして，x と y の関係を表したものである。
父が太郎を追い抜いたのは何時何分で，家から何mの地点であるか求めなさい。



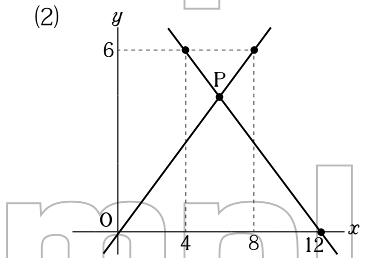
Exercise B

1 次の各図において，点Pの座標を求めなさい。

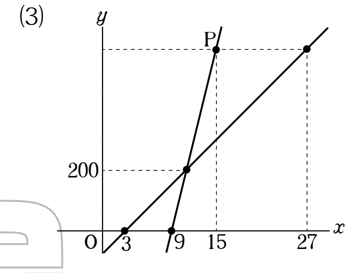
(1)



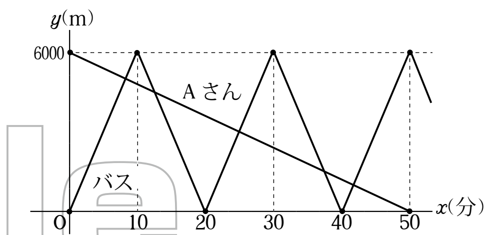
(2)



(3)



2 P町と，P町から6 km 離れたQ町の間を20分かけて往復するバスがある。AさんはQ町からP町に自転車で向かうとき，途中でこのバスに5回出会った。
右のグラフは往復するバスと，AさんがQ町を出発してから x 分後におけるP町からの距離を y mとして，x と y の関係を表したものである。
Aさんがバスと出会ったのは，Q町を出発してから何分何秒後か，5回ともすべて答えなさい。

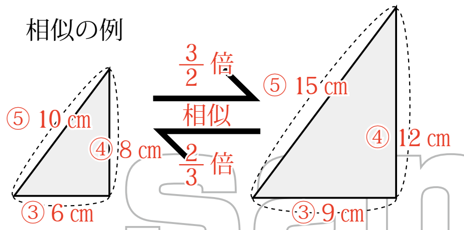


3-12 相似の利用②

Point!

同じ形をした2つの図形の関係を相似（そうじ）であるといい，
相似な図形の辺の長さの比は一定である。
例　右図において，
6 cm : 8 cm : 10 cm = 9 cm : 12 cm : 15 cm = 3 : 4 : 5

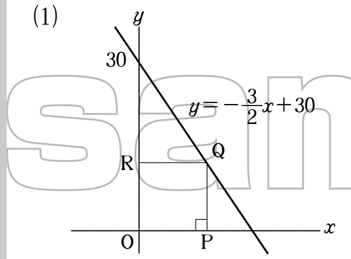
相似の例



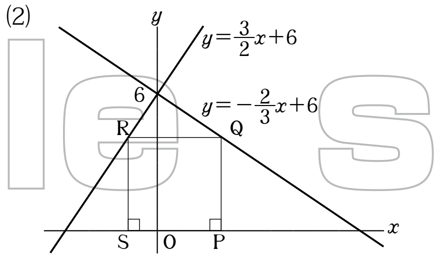
WarmUp

次の各図において，四角形 OPQR または四角形 PQRS が正方形になるとき，正方形の一辺の長さを求めなさい。

(1)

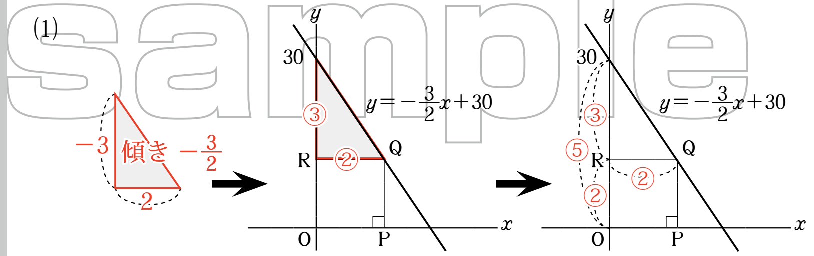


(2)



解説

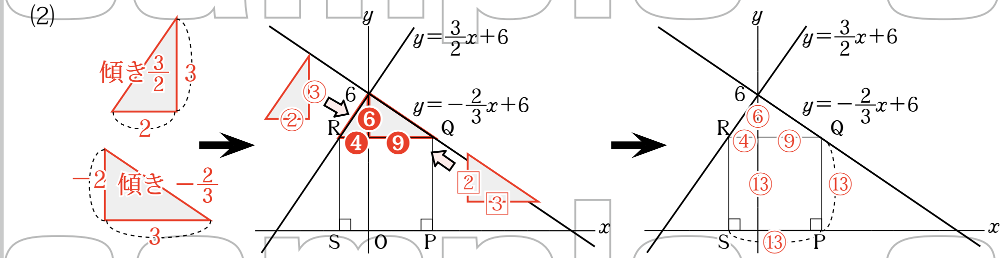
(1)



色のついた三角形の辺の長さの比を取る。　正方形になるように，残りの辺の比を取る。

上の図のように考えて，正方形の一辺の長さは，$30\times\frac{2}{5}=12$

(2)



長さが共通する部分の比を最小公倍数に揃える。　正方形になるように，残りの辺の比を取る。

上の図のように考えて，正方形の一辺の長さは，$6\times\frac{13}{19}=\frac{78}{19}$

［別解］「3-8 線分の長さ①」「3-10 線分の長さ②」で学習したように点 P の x 座標を t と置いて解いても良い。

(1) 点 P の x 座標を t とすると，P$(t, 0)$, Q$(t, -\frac{3}{2}t+30)$

OP＝PQ より，$t=-\frac{3}{2}t+30$　これを解いて，$t=12$　よって，正方形の一辺の長さは 12

(2) 点 P の x 座標を t とすると，P$(t, 0)$, Q$(t, -\frac{2}{3}t+6)$

点 R は，y 座標が点 Q と等しく $y=\frac{3}{2}x+6$ の上にある。$y=\frac{3}{2}x+6$ に $y=-\frac{2}{3}t+6$ を代入し，

$-\frac{2}{3}t+6=\frac{3}{2}x+6$

$x=-\frac{4}{9}t$　よって，R$(-\frac{4}{9}t, -\frac{2}{3}t+6)$, S$(-\frac{4}{9}t, 0)$

PS$=t-(-\frac{4}{9}t)=\frac{13}{9}t$, PQ$=-\frac{2}{3}t+6$

PS＝PQ より，$\frac{13}{9}t=-\frac{2}{3}t+6$　これを解いて，$t=\frac{54}{19}$

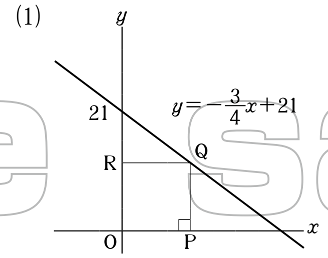
PS$=\frac{13}{9}t=\frac{13}{9}\times\frac{54}{19}=\frac{78}{19}$　よって正方形の一辺の長さは $\frac{78}{19}$

相似や平行線と線分の比を利用した解法は便利であるが，この方法では解けない問題も多い。
点 P の x 座標を t とおいて解く解き方と両方ともマスターして，使い分けたい。

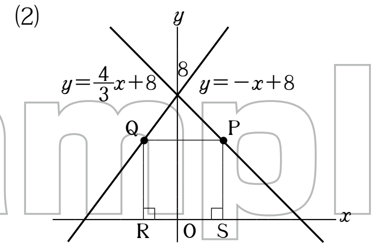
Try

次の各図において，四角形 OPQR または四角形 PQRS が正方形になるとき，正方形の一辺の長さを求めなさい。

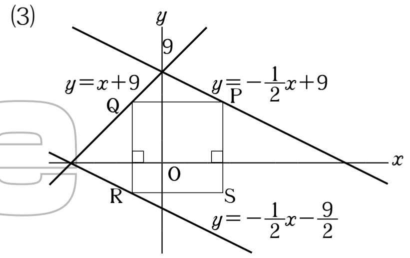
(1)



(2)



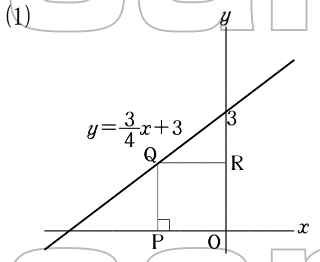
(3)



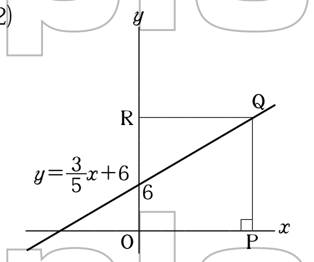
Exercise A

次の各図において，四角形 OPQR または四角形 PQRS が正方形になるとき，正方形の一辺の長さを求めなさい。

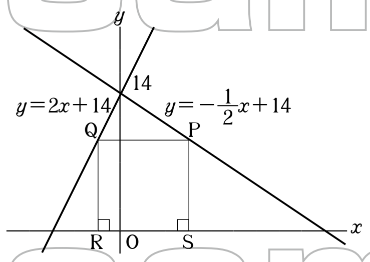
(1)



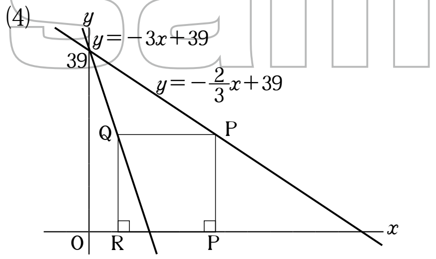
(2)



(3)



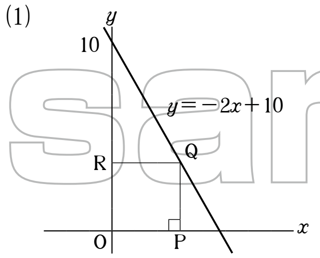
(4)



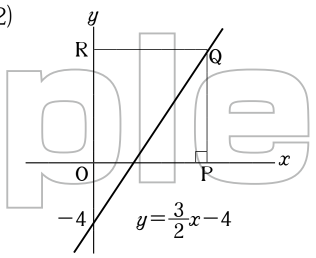
Exercise B

次の各図において，四角形 OPQR または四角形 PQRS が正方形になるとき，正方形の一辺の長さを求めなさい。

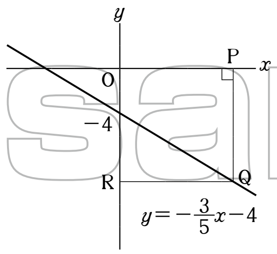
(1)



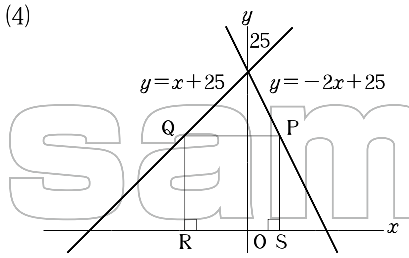
(2)



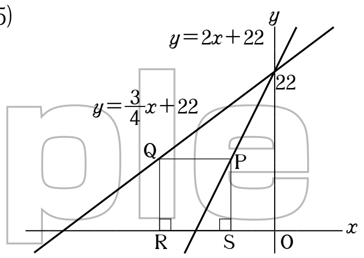
(3)



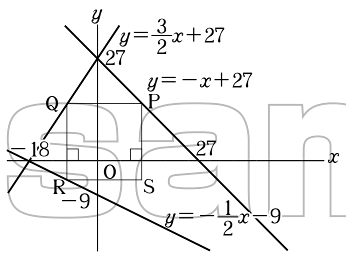
(4)



(5)



(6)

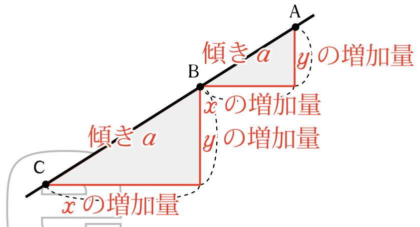


同一直線上にある３点

SuperSpecial Ss

Point!

3 点 A, B, C が 1 直線上にあるとき，
線分 AB, BC, CA の**傾き**（**変化の割合**）はすべて等しい。



WarmUp

(−2, 9), (3, 4), (k, 6) が同一直線上にあるとき，k の値を求めなさい。

解説

(−2, 9), (3, 4) を通る直線の傾き＝(3, 4), (k, 6) を通る直線の傾き

$$\frac{(-2,9)\to(3,4)\text{ の }y\text{ の増加量}}{(-2,9)\to(3,4)\text{ の }x\text{ の増加量}}=\frac{(3,4)\to(k,6)\text{ の }y\text{ の増加量}}{(3,4)\to(k,6)\text{ の }x\text{ の増加量}}$$

$$\frac{-5}{5}=\frac{2}{k-3}$$

これを解いて，　$\underline{k=1}$

［別解］2 点 (−2, 9), (3, 4) を通る直線の式を求め，　$y=-x+7$

(k, 6) を代入し，$6=-k+7$

これを解いて，　$\underline{k=1}$

Try

(1, −1), (3, k) を通る直線が (5, 7) も通るとき，k の値を求めなさい。

Exercise A

(1) (−3, k), (1, 4), (5, −2) が同一直線上にあるとき，k の値を求めなさい。

(2) (1, −3), (10, k) を通る直線が (4, 0) も通るとき，k の値を求めなさい。

Exercise B

(1) (k, $k+1$), (5, 8), (1, 3) が同一直線上にあるとき，k の値を求めなさい。

(2) (−2, −3), (1, −1) を通る直線が (k, 5) も通るとき，k の値を求めなさい。

平行四辺形

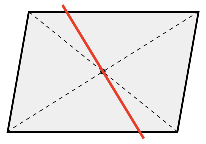
Point!

❗ 点対称な図形は対称の中心を通る直線で面積が二等分される。

❗ 平行四辺形の対称の中心は対角線の中点であり，対角線の交点に等しい。

❗ 2 点 (x_1, y_1), (x_2, y_2) の中点 ⇒ $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

例　$(-1, 4)$, $(3, 10)$ の中点 ⇒ $\left(\frac{(-1)+3}{2}, \frac{4+10}{2}\right)=(1, 7)$

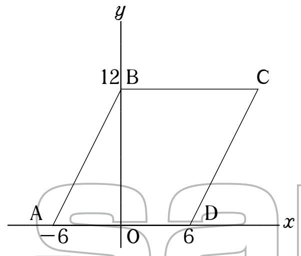


WarmUp

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。
このとき，次の問いに答えなさい。

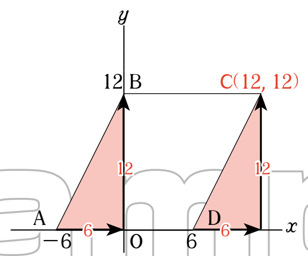
(1) 点 C の座標を求めなさい。

(2) 切片が 8 で，▱ABCD を二等分する直線の式を求めなさい。

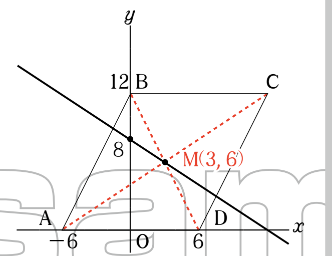


解説

(1) 右図より
C(12, 12)



(2) ▱ABCD の対角線の交点 M は，
B(0, 12) と D(6, 0) の中点なので，
$M\left(\frac{0+6}{2}, \frac{12+0}{2}\right)=M(3, 6)$
よって，(0, 8) と M(3, 6) を通る
直線を求め，$y=-\frac{2}{3}x+8$



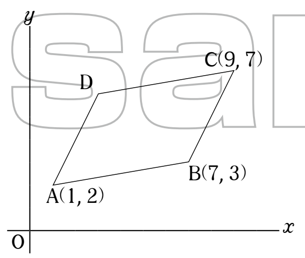
Try

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。
このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 点 D の座標を求めなさい。

(2) 原点を通り，▱ABCD を二等分する直線の式を求めなさい。

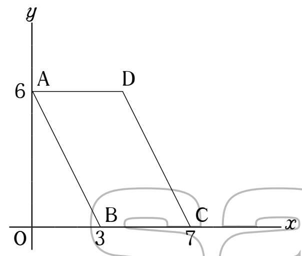
(3) 傾きが 3 で，▱ABCD を二等分する直線の式を求めなさい。



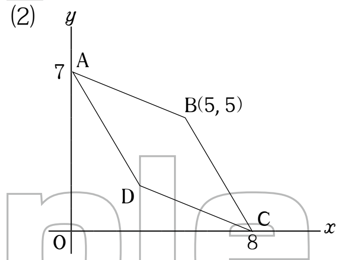
Exercise A

1 次の各図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。
それぞれ点 D の座標と，原点を通り ▱ABCD を二等分する直線の式を求めなさい。

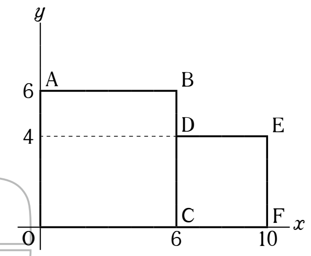
(1)



(2)



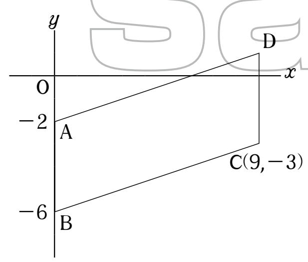
2 右の図のように座標平面上に一辺が 6 である正方形 OABC と一辺が 4 である正方形 CDEF がある。直線 ℓ は正方形 OABC と正方形 CDEF の面積をそれぞれ二等分するという。
このような直線 ℓ の式を求めなさい。



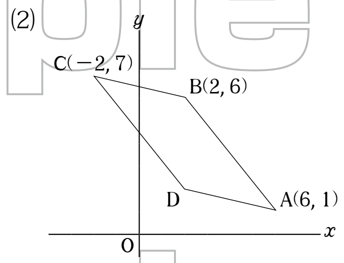
Exercise B

1 次の各図において，四角形 ABCD は平行四辺形である。
それぞれ点 D の座標と，原点を通り ▱ABCD を二等分する直線の式を求めなさい。

(1)



(2)

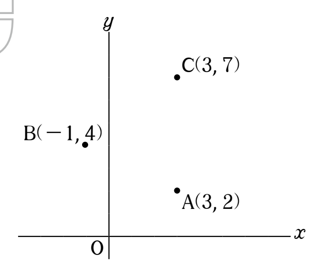


2 右の図のように座標平面上に座標の分かっている 3 点 A, B, C と，座標の分からない点 D がある。このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 四角形 ABCD が平行四辺形になるとき，点 D の座標を求めなさい。

(2) 四角形 ABCD が平行四辺形になるとき，原点 O を通り ▱ABCD を二等分する直線の式を求めなさい。

(3) 点 A, B, C, D をつないで平行四辺形になるような点 D のとり方は，
(1)の場合のほかにあと 2 つある。
その座標を 2 つとも求めなさい。



最短距離

Ss SuperSpecial

Point!

❗ **AP＋BPの最短距離**を求める問題では，点 A か点 B の対称な点を見つけて直線で結ぶ。

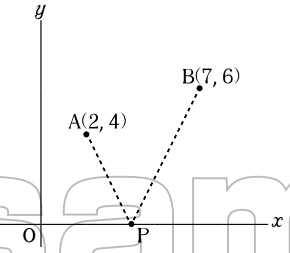
❗ **直線 $y=x$** に関して対称な点は，x 座標と y 座標が入れ替わる。 例 $(5, 4) \xleftrightarrow{\text{直線 } y=x \text{ に関して対称}} (4, 5)$

❗ **直線 $y=-x$** に関して対称な点は，符号と x 座標と y 座標が入れ替わる。 例 $(3, -2) \xleftrightarrow{\text{直線 } y=-x \text{ に関して対称}} (2, -3)$

WarmUp

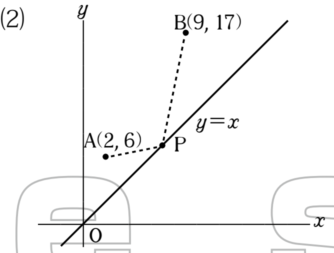
次の各図において，AP＋BP が最短となるように点 P の座標を求めなさい。

(1)



ただし，
点 P は x 軸上

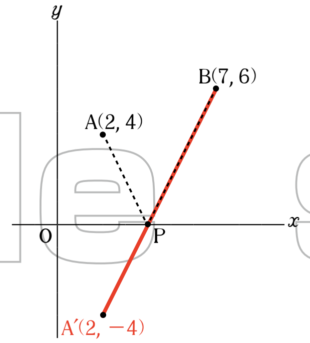
(2)

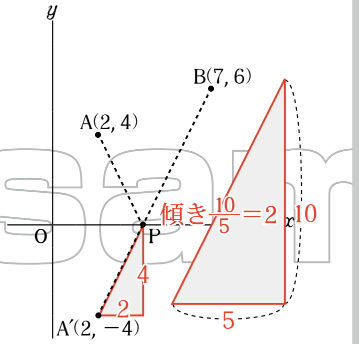


ただし，
点 P は直線 $y=x$ 上

解説

(1) x 軸に関して点 A と対称な点 A′(2, −4) をとり，
直線 A′B と x 軸の交点を求める。
直線 A′B は $y=2x-8$ なので，
$y=0$ を代入し，$x=4$　よって P(4, 0)
（右図のように図形的に座標を求めても早い）

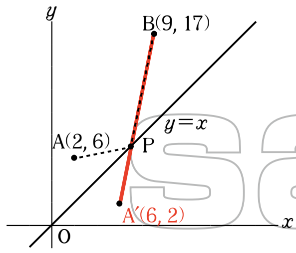




(2) 直線 $y=x$ に関して点 A と対称な点 A′(6, 2) をとり，
直線 A′B と直線 $y=x$ の交点を求める。
直線 A′B は $y=5x-28$ なので，

$$\begin{cases} y=x \\ y=5x-28 \end{cases}$$

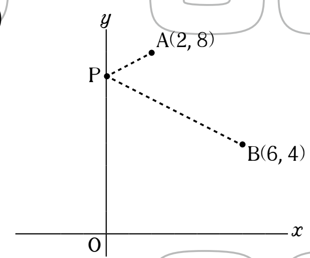
連立方程式として解いて，$x=7$, $y=7$　よって P(7, 7)



Try

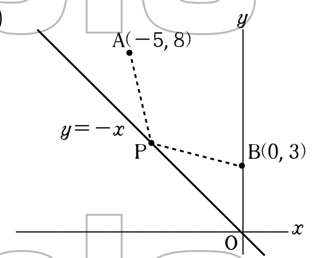
次の各図において，AP＋BP が最短となるように点 P の座標を求めなさい。

(1)



ただし，
点 P は y 軸上

(2)

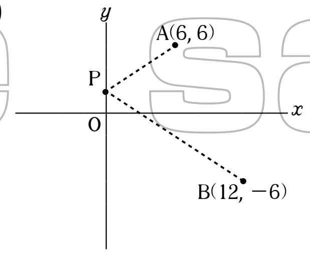


ただし，
点 P は直線 $y=-x$ 上

Exercise A

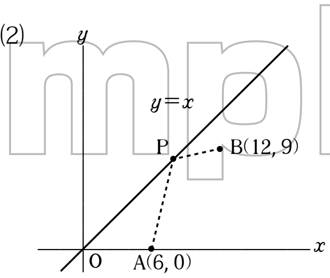
次の各図において，AP＋BP が最短となるように点 P の座標を求めなさい。

(1)



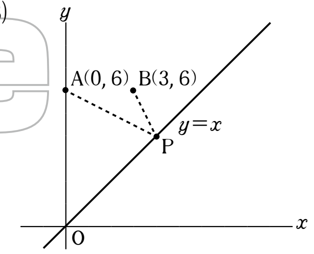
ただし，点 P は y 軸上

(2)



ただし，点 P は直線 $y=x$ 上

(3)

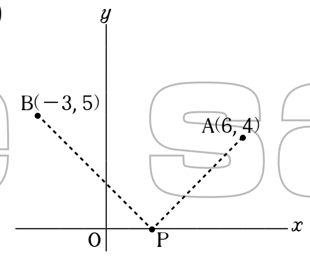


ただし，点 P は直線 $y=x$ 上

Exercise B

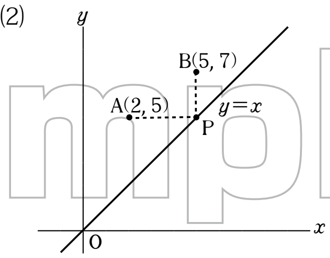
次の各図において，AP＋BP が最短となるように点 P の座標を求めなさい。

(1)



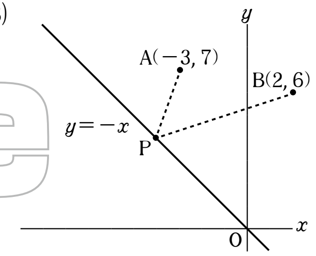
ただし，点 P は x 軸上

(2)



ただし，点 P は直線 $y=x$ 上

(3)



ただし，点 P は直線 $y=-x$ 上